PAULYS REALENCYCLOPÄDIE DER CLASSISCHEN ALTERTUMSWISSENSCHAFT

NEUE BEARBEITUNG
BEGONNEN VON GEORG WISSOWA
FORTGEFÜHRT VON
WILHELM KROLL UND KARL MITTELHAUS

UNTER MITWIRKUNG
ZAHLREICHER FACHGENOSSEN
HERAUSGEGEBEN VON
KONRAT ZIEGLER

ZWEITE REIHE
NEUNZEHNTER HALBBAND
(SCHLUSSBAND DER ALPHABETISCHEN REIHE)

Zenobia bis Zythos

1972
ALFRED DRUCKENMÜLLER VERLAG IN MÜNCHEN

keln ein verborgenes Leben geführt (vgl. H. Dörrie o. Bd. XXIV S. 268f.). Denn die ‚letztten' Pythagoreer des Aristoxenos (frg. 19 Wehrli = Diog. Laert. VIII 46) sind mit einiger Reserve aufzunehmen. Auffällig ist die Abwesenheit eines Vertreters der Akademie bei der Geburtstagsfeier. E. Zeller (Phil. d. Gr. III⁴ 389, 3) und L. Friedländer (III¹⁰ 273, 2) haben den Namen des Z. mit gutem Grund nicht in ihre Listen kaiserzeitlicher Epikureer aufgenommen. Vgl. auch Wolfg. Schmid Reallex. Ant. Christ. V 767. [Karlhans Abel.]

Zenon.

1—5 Philosophen, 6. 7 Historiker, 8—10 Rhetoren, 11 Grammatiker, 12—15 Ärzte, 16 Z. von Verona, 17 Kaiser Z., 18—32 Sonstige.

1) Sohn des Teleutagoras aus Elea.

Inhaltsübersicht:

I. Leben. Chronologie.
II. Schriften. Überlieferung.
III. Z's sogenannte Paradoxien: Hirsekorn — Ganze und halbe Zeit — Schildkröte — Fliegender Pfeil.
IV. Z's Stellung in der Geschichte der Philosophie und der Mathematik.
V. Literatur.

I. Leben. Chronologie. Das Geburtsjahr des Z. ist nicht ausdrücklich überliefert. Diog. Laert. (nach Apollodor, vgl. F. Jacoby FGrH 244 F 30 mit Kommentar II D, S. 727) setzt seine ἀκμή in die 79. (überliefert ἐνάτην in B, ἑβδομηκοστήν ausgefallen, ergänzt in jüngeren Hss.) Olymp. = 464—461 v. Chr., das Suda-Lexikon in die 68. (οη', was wahrscheinlich nach Diog. Laert. in οϑ' zu verbessern ist. Damit würde seine Geburt nach dem bekannten 40-Jahr-Kanon auf 504—501 v. Chr. anzusetzen sein. Da jedoch Apollodor die ἀκμή des Parmenides (F 341) in die 69., die des Xenophanes (F 68) in die 60. Olymp. (nahezu 10 Jahre zu früh, vgl. o. Bd. IX A S. 1542), die des Demokrit (F 36) in die 80. Olymp. setzt, also jeweils einen Abstand von ca. 40 Jahren zwischen die ἀκμαί der Hauptvertreter des Eleatismus und des von ihm abgeleiteten Atomismus legt und außerdem noch das nach seinem Kanon aus der ἀκμή zu errechnende Geburtsdatum des Parmenides mit dem Gründungsdatum von Elea zusammenfallen läßt, handelt es sich offenbar um mehr oder minder künstliche Konstruktionen.

Noch summarischer sind die Datierungen in der Chronik des Eusebios, wo es zu Olymp. 81 = 456—453 v. Chr. heißt: Ζήνων καὶ Ἡράκλειτος ὁ σκοτεινὸς ἤκμαζον, oder gar in einem Zusatz zu der Vita Ptolemaei e schedis Servilianis descripta im cod. II C, 33 der biblioth. nazionale von Neapel fol. 516 b, wo es heißt, Oinopides von Chios, Gorgias, Z. von Elea und Herodot hätten alle gegen Ende des Peloponn. Krieges gelebt. Unter diesen Umständen verdienen die Angaben Platons im Parmenides (127 A/B) doch einige Beachtung, wenn dort gesagt wird, Parmenides sei 64, Z. ungefähr 40 Jahre alt gewesen, als sie mit dem ganz jungen (σφόδρα νέος) Sokrates in Athen zusammengetroffen seien, wenn auch dieses Zusammentreffen selbst aller Wahrsvheinlichkeit nach eine Erfindung Platons ist (Diog. Laert. IX 5, 28 heißt es im Zusammenhang mit einer Polemik gegen die geistige Größe Athens, Parmenides und Z. seien nie in Athen gewesen. Aber Plutarch, Perikles 4 wird erzählt, Perikles habe eine Vorlesung des Z. gehört, und im ps. platonischen Alkibiades 119 A wird behauptet Kallias, der Sohn des Kalliades, und Pythodoros, der Sohn des Isolochos, hätten dem Z. für seinen Unterricht je 100 Minen gezahlt). Da Sokrates im J. 469 v. Chr. geboren war, also etwa um 452—450 als σφόδρα νέος bezeichnet werden konnte, würde Platons Angabe auf etwa 492—490 als Geburtsjahr des Z. führen. Nach einer Vita des Z. von Al-Mubaššir (vgl. F. Rosenthal Arabische Nachrichten über Z., ‚den Eleaten', in Orientalia VI N. S. [1937] 32) wäre Z. im Alter von 78 Jahren gestorben. Doch enthält diese arabische Vita eine so große Anzahl von offenkundigen Irrtümern und Verwechslungen, daß ihr nicht viel Vertrauen zu schenken ist, und die Angabe über das erreichte Lebensalter findet in der griechischen Literatur keine Stütze (vgl. auch F. Rosenthal a. O. 36 und über die Angabe des Al-Mubaššir F. Altheim und Ruth Stiehl Porphyrius und Empedokles, Tübingen 1954, 19—22).

Aus dem persönlichen Leben des Z. ist außer seiner angeblichen Vorlesungs- und Lehrtätigkeit in Athen nur sehr wenig bekannt. Nach Platon (Parmenides 127 B) wäre er der ἐρώμενος des Parmenides gewesen, nach Apollodor (bei Diog. Laert. XI 5, 25) sein Adoptivsohn. Über seinen Tod auf der Folter, nachdem er wegen einer Verschwörung oder eines Anschlages gegen das Leben eines Tyrannen, der bald Nearchos, bald Diomedon, bald Demylos genannt und in späteren Versionen mit Phalaris oder mit Dionysios I. von Syrakus oder andern berühmten Tyrannen identifiziert wird, festgenommen worden war, und über seine unglaubliche Standhaftigkeit unter allen Qualen lief eine Geschichte in den mannigfaltigsten Versionen um (Satyros bei Diog. Laert. IX 5, 26. Diod. X 18, 2. Plut. adv. Col. 32, 1126 D; de garrul. 8, 505; de Stoic. repugn. 37, 1151 C. Clem. Alex., Strom. IV 37. Philostr., vita Apoll. Tyan. VII 2. Val. Max. III 3 ext. 2 und 3. Stob. Flor. III 37, 3. Tertull. Apolog. 50. Al-Mubaššir S. 33/34). Bald wird erzählt, Z. habe, als er auf einem öffentlichen Platz gefoltert wurde, den Umstehenden ihre Feigheit vorgeworfen und sie schließlich dazu gebracht, den Tyrannen mit Steinwürfen zu töten (Antisth. Rhod. bei Diog. Laert. IX 27. Val. Max. a. O. 2), bald, er habe, als er aufgefordert wurde, die Namen seiner Mitverschworenen zu nennen, die treuesten Anhänger des Tyrannen oder seine Leibwächter genannt, so daß dieser sie töten ließ und sich damit seiner besten Stützen beraubte (Satyros a. O. Philostr. a. O. Elias in Aristot. categ. 109, 6 Busse. Val. Max. a. O. 3), bald, er habe als die Folter ihren höchsten Grad erreicht hatte und er sie nicht mehr aushalten konnte, sich bereit erklärt, die Mitschuldigen zu nennen, zugleich aber den Tyrannen ersucht, ganz nahe an ihn heranzutreten, damit er ihm die Namen ins Ohr flüstern könne, da es nicht gut sei, wenn sie sogleich publik würden. Dann habe er den Tyrannen ins Ohr gebissen und ihn mit den Zähnen festgehalten, bis dessen Trabanten, da sie den Tyrannen auf keine andere

Weise befreien konnten, ihm eine Lanze in die Seite stießen, worauf er frohlockte, nun habe er sie doch gezwungen, ihn (durch den Tod) von seinen Qualen und von der Notwendigkeit, seine Mitverschworenen zu verraten, zu befreien (Diod. a. O. Val. Max. a. O. 3), bald wird wiederum erzählt, er habe, um niemanden verraten zu können, seine Zunge abgebissen, sie zerkaut und dem Tyrannen ins Gesicht gespien (Plut. a. O. Antisth. Rhod. a. O. Al-Mubaššir a. O.). Auch eine Reihe von Apophthegmen werden ihm in Verbindung damit zugeschrieben: so auf die Frage des Tyrannen, wer außer Z. noch gegen ihn konspiriert habe: ‚Du selbst, da Du eine Pest für die Stadt bist' (Antisth. Rhod. a. O.) oder auf der Folter: ‚Ich wünschte, ich wäre über meinen Körper ebenso Herr wie über meine Zunge' (Diod. a. O.).

Auch über Ort und Umstände der Verschwörung werden ganz verschiedene Angaben gemacht. Nach der verbreitetsten Version wollte Z. seine Vaterstadt Elea von der Tyrannis befreien; doch sind eleische Tyrannen mit den Namen Nearchos, Diomedon oder Demylos sonst nicht bekannt. Diod. a. O. fügt den näheren Umstand hinzu, daß Z. auf den liparischen Inseln Waffen für einen Aufstand bereit gehalten habe und von dem Tyrannen nach deren Herkunft gefragt worden sei. Al-Mubaššir macht Nearchos zu einem Tyrannen von Syrakus und läßt Z. syrakusanischen Freunden, deren Leben durch den Tyrannen bedroht war, mit einem Heer zu Hilfe kommen, aber besiegt und gefangengenommen werden. Val. Max. verteilt verschiedene Versionen der Geschichte auf zwei verschiedene Männer mit dem Namen Z. und läßt den Eleaten einen Feldzug gegen Phalaris, den Tyrannen von Agrigent, unternehmen, was chronologisch völlig unmöglich ist. Philostr. gar bezeichnet Nearch als Myser und läßt Z. durch den Trick mit der Denunziation der Freunde des Tyrannen zum Befreier der Myser werden. Man sieht deutlich, daß sich um einen Kern herum die verschiedensten Geschichten angesetzt haben (die Geschichte von dem mit den Zähnen festgehaltenen Ohr des Tyrannen wurde auch von Aristogeiton erzählt). Aber was, wenn überhaupt, von diesem Kern historisch ist, läßt sich auf Grund der völlig verworrenen Überlieferung nicht eruieren.

II. Schriften. Überlieferung. Auch die Überlieferung über die Schriftstellerei des Z. gibt einige Rätsel auf, die sich kaum mit voller Sicherheit lösen lassen. Die Schrift, die Z. berühmt gemacht hat und bis auf den heutigen Tag immer erneuten Anlaß zum Nachdenken gibt, ist diejenige, welche die bekannten Argumente gegen Vielheit und Bewegung enthält. In Platons Parmenides (127 B ff.) liest Z. aus dieser Schrift vor Zuhörern in Athen vor. Auf die Bemerkung des jungen Sokrates, Z. wolle offenbar dasselbe sagen wie Parmenides, nur sozusagen anders herum, indem Parmenides behaupte, es gebe nur das Eine, Z. dagegen zu beweisen versuche, daß es nicht Vieles gebe, antwortete Z.: ja, das sei ganz richtig. Seine Schrift sei jedoch eine Jugendschrift (128 C/D), die er verfaßt habe gegen diejenigen, die sich über Parmenides lustig machten, indem sie zu zeigen versuchten, daß sich aus der Behauptung, es gebe nur das Eine, viele seltsame Folgerungen ergäben. Demgegenüber habe er zu zeigen versucht, daß sich aus der entgegengesetzten Annahme, daß es eine Vielheit gebe, noch sehr viel schlimmere Folgerungen ziehen ließen. Die Schrift sei ihm aber entwendet und vervielfältigt worden, so daß er gar nicht mehr in der Lage gewesen sei, sich zu überlegen, ob er sie der Öffentlichkeit zugänglich machen solle oder nicht.

Es ist bei Platon immer schwer zu sagen, wieweit solche Einkleidungen eines Dialogs historich ernst zu nehmen sind. Aber es ist wohl kaum gerechtfertigt, daraus, wie vielfach geschehen ist, den Schluß zu ziehen, daß Z. nur diese Schrift geschrieben habe; erst recht nicht aus der Tatsache, daß Simplic. (in Aristot. Phys. I, 3, S. 139, 5 Diels) von *τὸ σύγγραμμα* des Z. spricht. Denn hier wird dieses einer indirekten Überlieferung über Argumente des Z. (*Ζήνωνά φασι λέγειν*) gegenübergestellt und bedeutet daher natürlich ‚die bekannte Schrift' (sc. über dieselben Dinge, von denen die indirekte Überl. handelt). Eher kann man in Platons Angaben eine gewisse Relativierung der Bedeutung der Schrift innerhalb der philosophischen Tätigkeit des Z. sehen. Allerdings werden sonst in der gesamten erhaltenen antiken Literatur nirgends andere Schriften des Z. erwähnt außer in dem Suda-Artikel über ihn, in welchem vier Schriften aufgezählt werden: 1. *Ἔριδες*, 2. *Ἐξήγησις τῶν Ἐμπεδοκλέους*, 3. *Πρὸς τοὺς φιλοσόφους*, 4. *Περὶ φύσεως*. Es ist nicht ausgeschlossen, daß *Ἔριδες*, *Πρὸς τοὺς φιλοσόφους* und *Περὶ φύσεως* verschiedene Titel desselben Werkes sind. Gegen die Abfassung eines speziell sich mit Empedokles beschäftigenden Werkes (*ἐξήγησις* braucht nicht einen Kommentar zu bezeichnen, sondern kann auch eine polemische Auseinandesetzung sein) wird meist ins Feld geführt, daß es unwahrscheinlich sei, daß Z. sich mit einem jüngeren (oder vielmehr gleichaltrigen?, vgl. o. S. 54) Philosophen in einer besonderen Schrift auseinandergesetzt habe. Aber wenn auch die Beweise gegen die Vielheit und die Bewegung, die eine große Leistung seines Lebens gewesen sind, die später immer wieder zitiert worden ist, wie derartiges ja auch sonst öfter vorgekommen ist — man braucht nur an den berühmten Beweis von Gödel zu denken —, so kann er doch, zumal wenn er in Athen eine Lehrtätigkeit ausgeübt haben sollte und sich politisch betätigt hat, nicht gut sein ganzes Leben lang immer wieder dieselben Argumente wiederholt haben. Gerade bei dem auch von Platon bezeugten apologetisch-polemischen Charakter seines Hauptwerkes liegt die Annahme nahe, daß er sich auch sonst noch mit Theorien anderer auseinandergesetzt hat. Es ist dann nicht ausgeschlossen, daß sich eine Kunde davon noch bis ins späte Altertum erhalten hat, wenn auch die Hauptschrift allein in der philosophischen Tradition weiterlebte. H. Joachim Aristotle's On Coming to Be and Passing Away (Oxford 1922) 161 und H. Cherniss Aristotle's Criticism of Presocratic Philosophy, Baltimore 1935, 95, Anm. 401, glauben sogar bei Aristoteles de gener. et corrupt. I 8, 324 b, 35ff. eine Spur von Z.s Polemik gegen Empedokles zu finden.

Mit der Frage der Existenz einer Mehrzahl von Schriften des Z. hängt auch die Frage der Herkunft einer Zusammenstellung von Lehrmeinungen des Z. bei Diog. Laert. IX 5, 29 zusammen, die ganz weit von den Argumenten gegen Vielheit und Bewegung abliegen: Z. habe gelehrt, daß es κόσμοι gebe, aber kein Leeres, daß alle Dinge aus dem Warmen, dem Kalten, dem Trockenen und dem Feuchten entstanden seien, die sich ineinander verwandelten. Die Menschen seien aus (der?) Erde entstanden (ἐκ γῆς εἶναι). Die Seele sei ein Gemisch aus allen vorerwähnten Grundgegebenheiten ohne Übergewicht einer derselben über die anderen. In dieser kurzen Zusammenstellung steht schon die Annahme einer Mehrzahl von κόσμοι der Leugnung der Vielheit durch Z. entgegen. Ebenso, was darauf folgt. Doch scheint eine öfters vermutete Verwechslung mit Z. von Kition (Nr. 2) ausgeschlossen, da dieser ausdrücklich nur einen Kosmos angenommen hat und auch die Seelenlehre des Kitiers ganz weit von der hier angeführten abliegt (vgl. auch H. Diels Doxographi Graeci 167). Erst recht ist eine Verwechslung mit Empedokles ausgeschlossen, die öfter angenommen worden ist (vgl. die Anm. zu 26 A 1, S. 248, 6—9 bei Diels/Kranz Vorsokr. und J. Kerschensteiner Kosmos [Zetemata 30] 190, Anm. 1), weil eine von Diog. Laert. im Anschluß an seine Doxographie des Z. mitgeteilte, mit dieser aber in keinem Zusammenhang stehende Anekdote 31 A 20 auch von Empedokles erzählt wird. Denn (vgl. auch E. Bignone Empedocle [Turin 1967] 539) die Grundgegebenheiten der Doxographie des Z. verwandeln sich ineinander, was bei den Elementen des Empedockles (bezeichnenderweise gerade infolge der Beeinflussung des Empedokles durch eleatische Philosophie) ausgeschlossen ist. Tatsächlich ist es schwer, einen antiken Philosophen zu finden, dem die Lehren in der von Diog. Laert. mitgeteilten Form zugeschrieben werden könnten und der mit Z. verwechselt worden sein könnte. Bezieht sich die Doxographie aber wirklich auf Z., so gibt es drei Möglichkeiten, die alle als Lösungen des Problems betrachtet und erörtert worden sind. Die erste ist die, daß Meinungen, mit denen sich Z. polemisch auseinandergesetzt hat, fälschlicherweise als seine eigenen Meinungen betrachtet worden sind. Das wäre jedoch in der antiken Doxographie ziemlich singulär, ganz abgesehen davon, daß es dann auch schwer wäre, den Urheber der bekämpften Meinungen zu identifizieren. Es müßte sich um mehrere Urheber handeln, was die Annahme noch unwahrscheinlicher macht. Die zweite Möglichkeit ist die von G. Calogero Studi sull' Eleatismo (Rom 1932) 98f. als am wahrscheinlichsten betrachtete, daß nämlich Z. wie sein Meister Parmenides auch eine Lehre von der Δόξα gehabt habe und daß es sich bei der Doxographie um Stücke aus diesem Teil seiner Lehre gehandelt habe. M. Untersteiner (Zenone, Testimonianze e Frammenti, Florenz 1963, 15; vgl. auch Untersteiner Parmenide, Test. e Framm. [1957] CLXXXII ff.) meint umgekehrt, Z. habe durch Aufweisung der Widersprüche in allen physikalischen Erklärungen der Welt die Lehre des Parmenides von der δόξα in seine negative Kritik miteinbeziehen wollen. Vielleicht muß man bei dem Versuch, das Problem zu lösen, von einem seltsamen Ausspruch des Z. ausgehen, der nicht in einer unzuverlässigen späten Anekdotensammlung, sondern durch den großen Aristotelesschüler und Mathematikhistoriker Eudemos von Rhodos, frg. 37 a Wehrli (der Auszug 29 A 16 Diels/Kranz ist zu kurz), überliefert ist: wenn ihm jemand zeigen könne, was das Eine sei, dann könne er auch die seienden Dinge (τὰ ὄντα) erklären. Der Ausspruch wird dort einerseits mit der Unterscheidung zwischen dem Einen (τὸ ἕν) und einem Einen (τι ἕν), andererseits mit den Zenonischen Aporien hinsichtlich der unendlichen Teilbarkeit des räumlich und zeitlich Ausgedehnten und der Schwierigkeit, von dem ausdehnungslosen Punkt zu einem Ausgedehnten zu gelangen, in Zusamenhang gebracht. Nimmt man ihn in diesem Zusammenhang ernst, so wirft er ein helles Licht auf den durch und durch aporetischen Charakter der Philosophie Z.s, der ja auch von Platon so stark hervorgehoben wird. Es handelte sich dann für Z. nicht so sehr darum, durch seine Argumente gegen Vielheit und Bewegung die Parmenideische Lehre von dem Einen und dem Seienden dogmatisch zu beweisen, was auf diese Weise ja auch gar nicht möglich ist, sondern die Schwierigkeiten in beiden Annahmen, sowohl der von der alleinigen Existenz des einen Seienden wie auch von einer Vielheit der Dinge, aufzuweisen und vielleicht, wovon Calogero a. O. einiges aufzuweisen versucht hat, auf diese Weise gegenüber der etwas grobschlächtigen Ausdeutung der Parmenideischen Lehre durch Melissos zu einem feineren Verständnis beider Seiten der Lehre des Parmenides zu gelangen. An der Deutung Untersteiners wäre dann soviel richtig, daß das Verhältnis Z.s zu Parmenides trotz seiner positiven Tendenz doch ein aporetisches wäre. Leider reicht das Überlieferte nicht ganz aus, um diese Auffassung mit voller Sicherheit begründen zu können.

III. Z.s sogenannte Paradoxien. Um das Problem dieser Paradoxien nach allen Seiten hin adaequat zu behandeln, ist es notwendig, eine Reihe von Unterscheidungen zu treffen, nämlich 1. zwischen den im Wortlaut und den nur in Wiedergabe durch andere erhaltenen Fragmenten, 2. zwischen Z.s eigenen Intentionen (wozu auch die engere Frage gehört, ob Z. seine Argumente nur, wie Platon angibt, als negative Ergänzung zu den Argumenten des Parmenides für die Einheit des Seienden betrachtet oder ob sie gleichzeitig gegen spezifische zeitgenössische, z. B. mathematische und Pythagoreische Lehren gerichtet waren) und Implikationen seiner Argumente, die erst später entdeckt worden sind. 3. Parallel dazu geht die Unterscheidung zwischen solchen Versuchen der Auflösung oder Überwindung der Paradoxien, die auf Grund antiker Gedankengänge vorgenommen werden konnten, und solchen, die sich der Instrumente der modernsten Mathematik bedienen. 4. Der Sache nach ist zu unterscheiden zwischen den Argumenten gegen die Bewegung und den Argumenten gegen die Vielheit. Trotz allen diesen notwendigen Unterscheidungen darf jedoch auch keinen Augenblick die Tatsache aus den Augen verloren werden, daß, von wenigen Ausnahmen abgesehen, allen Paradoxien gemeinsam ist, daß sie in den Schwierigkeiten des Continuumproblems ihren Ursprung haben.

Nach dem Komentar des Proklos zu Platons Parmenides 127 D (Fr. 29 A 15 Diels/Kranz) hatte Z. 40 Argumente, möglicherweise sogar so viele gegen die Vielheit allein. Seine bekanntestens Argumente haben es jedoch mit der Bewegung zu tun und sind zum größten Teil nicht im Wortlaut überliefert. Trotzdem ist es vielleicht zweckmäßig, mit diesen zu beginnen, und zwar mit denen, die am leichtesten zu verstehen, zu analysieren und zu wiederlegen sind, um von da zu den schwierigen und schwierigstens überzugehen, zu denen auch die Argumente gegen die Vielheit gehören.

Etwas außerhalb der Reihe steht das Argument vom fallenden Hirsekorn (Zur Frage des Zenonischen Charakters der Argumente vgl. unten S. 72), das als Dialog zwischen Z. und Protagoras überliefert ist (29 A 29), der folgendermaßen verläuft: ‚Macht ein Hirsekorn, wenn es fällt, ein Geräusch?‘ — ‚Nein.‘ — ‚Aber ein ganzer Scheffel Hirsekörner, wenn die fallen, die machen doch ein Geräusch?‘ — ‚Ja.‘ — ‚Gibt es nun nicht ein festes Zahlenverhältnis zwischen dem einen Hirsekorn und der Anzahl der Hirsekörner, die in dem Scheffel enthalten sind?‘ — ‚Ja.‘ — ‚Muß es dann nicht auch ein festes Verhältnis zwischen dem von einem Hirsekorn und dem von einem ganzen Scheffel von Hirsekörnern hervorgerufenen Geräusch geben?‘ — ‚Ja.‘ — ‚Also muß auch das eine Hirsekorn ein Geräusch hervorrufen.‘ Die Argumentation ist hier insoweit richtig, als, wenn man die Geräusche auf Luftvibration, bzw. allgemeiner auf eine Luftbewegung zurückführt, auch das eine Hirsekorn im Fallen eine gewisse Luftbewegung hervorrufen muß. Sie ist nicht mehr richtig in der Annahme, daß diese Luftbewegung das Gehörorgan erreichen muß und selbst wenn man annähme, daß jede Luftbewegung sich soweit fortpflanze als eine kontinuierliche Luftglocke vorhanden ist, so wäre sie doch unrichtig, insofern sie die Tatsache vernachlässigt, daß es eine untere Grenze für die Empfindlichkeit des Gehörorgans für Luftvibrationen gibt. War auch Z. noch weitgehend mit den Zusammenhängen zwischen Luftvibration und Gehörempfindungen nicht vertraut, die erst Archytas ein Jahrhundert später genauer zu untersuchen unternommen hat, so kann ihm doch im Zusammenhang mit seinem eigenen Argument von Achilleus und der Schildkröte kaum entgangen sein, daß die immer kleineren Strecken, um welche die Schildkröte nach diesem Argument dem Achilleus vorausbleibt, sehr bald unter die Grenze der Wahrnehmbarkeit herabsinken. Das Argument ist typisch für Z., insofern er hier wie in vielen anderen Fällen damit arbeitet, die arithmetischen, im Gebiete der ganzen Zahlen geltenden Grundregeln auf Gebiete auszudehnen, auf denen sie nur noch mit Einschränkung gültig sind. Es ist atypisch, insofern es einerseits sich im Bereiche ganzzahliger Verhältnisse hält, andererseits aber das Gebiet der reinen Gedankenkonstruktionen verläßt und sich auf das Gebiet der Sinneswahrnehmung begibt, ohne die dort geltenden andersartigen Verhältnisse zu berücksichtigen.

Eine Art Mittelstellung nimmt auch das Argument von der ganzen und der

halben Zeit ein (29 A 28), das die folgende Form hat: Wenn in einer Rennbahn vier Körper von gleicher Längenausdehnung aufgestellt sind und es bewegen sich an ihnen entlang vier Körper von gleicher Längenausdehnung, von welchen, bei Beginn der Bewegung, die beiden ersten auf gleicher Höhe mit den beiden ersten Körpern der ersten Reihe stehen, und es bewegen sich gleichzeitig und mit gleicher Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung vier Körper von gleicher Längenausdehnung, von welchen die beiden ersten zu Beginn der Bewegung auf gleicher Höhe mit den beiden letzten Körpern der ersten Reihe sind:

AAAA
BBBB ⟶
⟵ CCCC

dann wird die letzte Gruppe sich in gleicher Zeit an zweien der Körper der ersten Gruppe wie an vieren der Körper der zweiten Gruppe vorbeibewegen. In bezug auf die Körper der zweiten Gruppe haben sie also in derselben Zeit den doppelten Weg zurückgelegt wie in bezug auf die Körper der ersten Gruppe. In gleicher Zeit den doppelten Weg zurücklegen, bedeutet jedoch, denselben Weg in halber Zeit zurückzulegen. Sie haben also denselben Weg zugleich in gleicher Zeit und in halber Zeit zurückgelegt. Die gleiche Zeit im Verhältnis zur halben Zeit ist aber die doppelte Zeit. Also ist die doppelte Zeit gleich der halben Zeit.

Dieses Argument ist zuerst von P. Tannery ‚Le concept scientifique du continu. Zénon d'Élée et Georg Cantor‘, Rev. Philosoph. XX (1885) 393/94, und dann von einer ganzen Reihe anderer Gelehrte so verstanden worden, als ob Z. hier mit AAAA, BBBB, CCCC unteilbare Größen habe bezeichnen und damit die Diskontinuität von Raum und Zeit habe beweisen wollen. R. E. Siegel ‚The Paradoxes of Zeno‘, Janus XLVIII (1959) 42 o., führt diese Auslegung des Argumentes sogar schon auf Aristoteles (Physik Z 9, 239 b, 33ff.) zurück, vermutlich deshalb, weil Aristoteles das Argument als viertes nach einer Reihe von Argumenten anführt, in welchen tatsächlich das Problem des Continuums im Vordergrund steht. In Wirklichkeit kann jedoch, wie Siegel selbst a. O. sehr richtig ausführt, davon keine Rede sein und ist auch entgegen seiner Meinung bei Aristoteles a. O. davon keine Rede, der vielmehr ganz richtig sagt (240 a, 1ff.): *ἔστι δὲ ὁ παραλογισμὸς ἐν τῷ τὸ μὲν παρὰ κινούμενον τὸ δὲ παρ' ἠρεμοῦν τὸ ἴσον μέγεθος ἀξιοῦν τῷ ἴσῳ τάχει τὸν ἴσον φέρεσθαι χρόνον· τοῦτο δ' ἔστι ψεῦδος.* Der Unterschied zwischen dem Versuch des Aristoteles, das Argument zu widerlegen, und seinen modernen Aequivalenten ist nur der, daß Aristoteles die Vorstellung eines absoluten Ruhezustandes zugrunde legt, an dem jede Bewegung und ihre Geschwindigkeit objektiv und absolut gemessen werden kann, während die modernen Widerlegungen von der Vorstellung der Relativität der Bewegung ausgehen. Das Argument des Z. ist deshalb interessant, weil in ihm, indem das Messen der Bewegung an den ‚ruhenden‘ Körpern dem Messen an den bewegten Körpern gleichgesetzt wird, implicite zum ersten Male die Vorstellung von der Relativität der Bewegung aufblitzt. Aber aus der Reihe der mit den Paradoxien des Continuums arbeitenden Argumenten fällt es heraus.

Die bekannteste aller Paradoxien des Z.

ist die von Achilleus und der Schildkröte (Aristoteles Physik Z 9, 239 b, 14ff. = 29 A 26 Diels/Kranz) nebst ihren mannigfachen antiken und modernen Varianten (vgl. dazu die ausgezeichnete Analyse von G. Vlastos ‚Zeno's Race Course', Journ. of the Hist. of Philos. IV [1966] 95—108). Diese besagt bekanntlich, daß Achilleus, wenn er auch noch so viel schneller läuft als die Schildkröte, diese doch nie einholen kann, weil sie, bis er zu dem Punkt kommt, von dem sie ausgegangen ist, doch ein, wenn auch noch so kleines Stückchen weitergekommen sein wird, und bis er zum Ende dieses Stückchens kommt, wieder ein winziges Stückchen weiter und so fort immer weiter ohne Ende, so daß Achilleus eine unendliche Reihe solcher, wenn auch immer winziger werdender, Stückchen durcheilen muß und also, da eine unendliche Menge von Stückchen nicht in endlicher Zeit durchlaufen werden kann, sie nie einholen wird. Das Argument in dieser Form hat Aristoteles (Physik Z 2, 233 a, 21ff.) dadurch zu wiederlegen versucht, daß er darauf aufmerksam macht, daß sich nicht nur der Raum, sondern auch die Zeit in immer kleiner werdende Stückchen kontinuierlich teilen läßt, so daß Achilleus, um die Schildkröte einzuholen und zu überholen, innerhalb einer endlichen Zeitspanne auch unendlich viele Zeitstückchen zur Verfügung hat.

Das Interessante ist jedoch, daß es zu diesem Argument eine Reihe von Varianten gibt, in denen die durch die Widerlegung des Aristoteles nur verschleierte Schwierigkeit immer deutlicher in Erscheinung tritt. Die erste ist eine Form des Arguments, die sich von der oben gegebenen kaum zu unterscheiden scheint (Aristot. Phys. Z 9, 239 b, 9ff. = 29 A 25 D/K). Danach kann Achilleus überhaupt keine vorgegebene Strecke ganz durchlaufen. Denn zuerst muß er die Hälfte davon durchlaufen und dann die Hälfte des übrigbleibenden Stückes und dann von dem übrigbleibenden Stück wieder die Hälfte bis in alle Ewigkeit. Die Widerlegung dieser Variante durch Aristoteles ist natürlich dieselbe wie bei der zuvor betrachteten Variante. Auch scheint sich der Trugschluß, der in dem Argument enthalten zu sein scheint, hier besonders deutlich zu enthüllen, da die Voraussetzung zu sein scheint, daß Achilleus gar keine Schwierigkeit hat, die erste Hälfte der Strecke zu durchlaufen, und erst bei der zweiten Hälfte in immer größer werdende Schwierigkeiten gerät. Eben darin liegt jedoch gewissermaßen die Aufforderung, das Experiment umzukehren, eine Umkehrung, die allerdings nicht ausdrücklich für Z. bezeugt ist. Nach dieser Umkehrung muß Achilleus, bevor er das ganze Stück durchlaufen kann, erst die Hälfte davon durchlaufen haben, und bevor er diese durchlaufen kann, deren Hälfte und so fort, so daß er im Gegensatz zu der vorangehenden Variante schon gar nicht anfangen kann. Versucht man nun das aristotelische Gegenargument auf diese Version anzuwenden, so kommt man in eine gewisse Schwierigkeit mit der aristotelischen Definition des *ἄπειρον* als eines potentiell Unendlichen (*δυνάμει ἄπειρον*, Aristot. Physik 206 a, 16ff.; vgl. auch 207 b, 27ff.); dessen er sich eben hier bedient. Diese potentielle Unendlichkeit besteht darin, daß eine endliche Strecke unbegrenzt immer weiter teilbar, bzw. im einfachsten Fall halbierbar ist, in einem Prozeß also, der keine Grenze hat, eben deshalb aber auch nie zu Ende kommt. Die Frage nun, ob Achilleus, bevor er ein endliches Stück Strecke zurücklegt, zuerst dessen Hälfte durcheilt haben muß und vorher dessen Hälfte und so fort, ist in gewisser Weise aequivalent der Frage, ob die unendlich vielen Teilchen, in welche sich die Strecke teilen läßt, in gewisser Weise doch aktuell existieren, wie es im übrigen von Georg Cantor in seiner Mengenlehre und seinen Anhängern behauptet wird, und er sie daher auch aktuell durchlaufen muß. Es ist dann leicht genug zu sagen, Z. habe den naiven und offenkundigen Irrtum begangen, nicht zu sehen, daß die Summe der convergenten Reihe $1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32$ und so fort niemals auch nur 2 erreicbt und folglich endlich ist, so daß es gar keine Schwierigkeit mache, diese Strecke zu durchlaufen. Daß Z. an der Endlichkeit dieser Summe nie gezweifelt und also den ihm unterstellten naiven Irrtum nicht begangen hat, zeigt sich ja schon an der ersten Variante der Achilleusgeschichte, die mit den Hälften argumentiert, aufs deutlichste, da hier die Endlichkeit der Strecke, die immer weiter halbiert wird, ausdrücklich vorausgesetzt wird. Da der Prozeß der Unterteilung ein unendlicher ist, so ist die Frage, wie man diesen unendlichen Prozeß, wenn die Teilchen aktuell existieren, wenn auch die Summe der Teilchen an Ausdehnung, aber nicht an Anzahl, noch so klein und endlich ist, aktuell durchlaufen kann.

Die inhaerente Schwierigkeit, die hier zum Vorschein kommt, zeigt sich nun besonders deutlich in dem letzten und wichtigsten der gegen die Möglichkeit der Bewegung gerichteten Argumente, dem Argument vom fliegenden Pfeil, der ruht (vgl. dazu die scharfsinnige Untersuchung von G. Vlastos ‚A Note on Zeno's Arrow', Phronesis XI [1966] 3—18). Das Argument ist in mehreren Fassungen überliefert, die sich in diesem Fall z. T. dem originalen Wortlaut anzunähern scheinen, ohne daß dieser sich doch mit Sicherheit feststellen läßt. Aristoteles (Physik Z 9, 239 b, 30) zitiert einfach ‚Der sich bewegende Pfeil steht fest' und gibt dann in seinen eigenen Worten eine Erläuterung, wie Z. das zu begründen versucht habe und warum die Begründung nicht stichhaltig sei. Diog. Laert. IX 72 (= 29 B 4 D/K) zitiert ‚Das Bewegte bewegt sich weder an dem Orte, an dem es ist, noch an dem Orte, an dem es nicht ist'. Fast dieselbe Formulierung in etwas ausführlicherer Form findet sich bei Epiphanios, adv. Haereses III, tom. II, brevis et vera expos. fidei 1078 (vgl. Diels Doxogr. Gr. S. 590, 11): ‚Das Bewegte muß sich entweder an dem Orte bewegen, an dem es ist, oder an einem Orte, an dem es nicht ist. Es kann sich aber weder an dem Orte bewegen, an dem es ist, noch an dem, an dem es nicht ist. Also bewegt es sich nicht.' Dies dürfte dem Wortlaut des Z. nahe kommen. Wieweit die Verfeinerungen des Argumentes bei Aristoteles a. O. 239 b 5ff. und den Aristoteleskommentatoren Simplicius und Themistius zu der Stelle noch auf einen Wortlaut des Z. zurückgehen, ist zweifelhaft. Die Argumentation dort lautet ungefähr: ‚Wenn etwas an einem Ort ist, der seiner Größe gleich ist, dann ruht es an diesem Ort. Jedes Ding ist aber in jedem Augenblick an einem Ort, der seiner Größe gleich ist. Also ruht es immer.' Bei dieser Argumentation scheint ein Begriff des Ortes vorausgesetzt zu sein, welcher der aristotelischen Definition des τόπος als innerer Grenze des umgebenden Körpers entspricht. Es erscheint als zweifelhaft, ob Z. schon diesen Begriff des τόπος gehabt hat. Diese Verfeinerung der Argumentation mit Hilfe des aristotelischen Ortsbegriffes dürfte jedoch den Intentionen des Z. einigermaßen entsprechen.

Der Gedankengang ist also etwa der: Bewegung bedeutet Ortswechsel. Aber kein Gegenstand kann gleichzeitig an zwei Orten sein. Er ist also immer nur jeweils an dem Ort, an dem er ist, woselbst er eben den Raum und nicht mehr einnimmt, der seiner Größe entspricht. Während er also an diesem Ort ist, bewegt er sich nicht. An einem andern Ort als dem, an dem er sich jeweils befindet, kann er sich auch nicht bewegen. Also bewegt er sich nicht. So hat ihn jedenfalls Aristoteles verstanden, der gegen das Argument des Z. einwendet (Z 9, 239 b, 31ff.; vgl. auch ebd. 239 b, 5ff.), der Trugschluß komme dadurch zustande, daß Z. die Zeit aus Jetztpunkten zusammengesetzt sein lasse. Die Zeit sei jedoch nicht aus unteilbaren Jetztpunkten zusammengesetzt, wie überhaupt keine Größe (sc. aus unteilbaren Punkten zusammengesetzt sei). Aristoteles bedient sich hier seiner im △ der Physik (△ 10, 217 b, 29ff.) vorgenommenen Analyse der Begriffe der Zeit und des Jetzt (für eine eingehende Interpretation dieser schwierigen Abschnitte vgl. Paul F. Cohnen ‚Die Zeittheorie des Aristoteles' Zetemata XXXV, 1964, 62ff.). Was für den hier vorliegenden Gedankengang von Bedeutung ist, ist, daß der (sich bewegende) Jetztpunkt die Zeit zwar teilt (διαιρεῖ), aber kein Teil der Zeit ist, da ein Teil der Zeit als eines Ausgedehnten immer selbst ein Ausgedehntes sein muß. Auch hier tritt wiederum implicite jene aristotelische Anschauung von der nur potentiellen Existenz des Unendlichen in der unbegrenzten Teilung hervor, der gemäß die unendlich vielen Teile, in welche eine endliche kontinuierliche Größe sich teilen läßt, nicht aktuell existieren und also auch nicht als aktuelle durchlaufen werden müssen, sondern da jeder Teil einer kontinuierlichen Größe ein ausgedehnter ist, sie sich nicht aus ihren Teilpunkten zusammensetzen läßt. Trotzdem kann man gerade von dieser Erklärung aus fragen, ob, wenn es doch den Jetztpunkt als jeweiligen Teilpunkt der Zeit, der diese in Vergangenheit und Zukunft teilt, gibt, der Pfeil in diesem ausdehnungslosen Jetztpunkt sich bewegt oder ruht. Denn auch die Auskunft, daß der Jetztpunkt selbst auf der als objektiv betrachteten Zeitskala sich dauernd bewegt, befreit von dieser Frage nicht, da man eben diese Skala nach früheren und späteren gewesenen Jetztpunkten einteilen kann.

Die Modernen versuchen demgegenüber dem Problem auf eine ganz andere Weise mathematisch zu Leibe zu gehen, wobei jedoch die Erklärungs- bzw. Lösungsversuche zum mindesten in der Formulierung sehr stark variieren (vgl. den amüsanten Bericht von G. Vlastos über die verschiedenen Auseinandersetzungen Bertrand Russels mit dem Zenonproblem, der mit dem paradoxen Satz schließt: ‚There seem to be almost as many Zenos in Russel as there are Russells', wo ‚Russels' offenbar Schriften Russells, die sich mit Z. beschäftigen, bedeutet: Zenos's Arrow Anm. 38). Vlastos' eigene, in ihrer Art sehr präzise Lösung des Problems ist die (Arrow 11ff.), daß es zwar richtig sei, zu sagen, daß der Pfeil in einem als ausdehnungslos angenommenen Augenblick sich nicht bewegt, d. h. seinen Ort nicht verändert, daß hier jedoch nicht die Folgerung gelte, daß er darin ruhen müsse. Vielmehr gelte das ‚bewegt sich nicht' für den nicht ausgedehnten Zeitpunkt nur in dem Sinne, daß es für diesen Punkt sinnlos sei, von Bewegung oder Ruhe zu reden. Das macht Vlastos sehr schön an der mathematischen Formel für die Geschwindigkeit klar: $v = \frac{s}{t}$. Angewendet auf den ausdehnungslosen Augenblick ergibt das die Formel $v = \frac{0}{0}$, also überhaupt keinen bestimmten Wert und jedenfalls nicht den festen Wert $v = 0$, welcher die Ruhe bezeichnen würde. Wenn $v = 0$ werden soll, muß t einen positiven Wert haben, also $v = \frac{0}{t}$, was bedeutet, daß in einer Zeitstrecke kein Weg zurückgelegt worden ist. Das ist ein sehr schöner und klärender Beitrag zur Erhellung der Natur des Problems. Nur daß ein weiterer Zusatz, welcher es völlig lösen soll, vielleicht zeigt, daß die fundamentale Schwierigkeit doch nicht ganz überwunden ist. „Man muß darauf aufmerksam machen", fährt Vlastos (p. 16) in seiner Analyse fort, „daß die Frage, ‚wie kann der Pfeil sich in einem Zeitintervall bewegen, wenn er sich nicht in jedem Augenblick, der in diesem Zeitintervall beschlossen ist bewegt?' der Frage aequivalent ist ‚wie kann der Kreis gekrümmt sein, wenn keiner der Punkte seiner Peripherie gekrümmt ist?': Bewegung und Ruhe gibt es nur für das, was nicht in individuellen Zeitpunkten, sondern in Intervallen (geordneten Mengen von Zeitpunkten) stattfindet, ebenso wie Krümmung nicht eine Eigenschaft von individuellen Punkten ist, sondern von Linien und Oberflächen (d. h. geordneten Punktmengen." Eben mit den geordneten Punktmengen kommt das Problem durch die Hintertür wieder herein (vgl. u. S. 9).

Den konsequentesten, eindringendsten und scharfsinnigsten Versuch, das Problem des Zenonischen Pfeils mit Hilfe der modernsten Analysen des Zeitbegriffs einerseits, der mathematischen Mittel der Mengentheorie andererseits zu lösen, hat Adolf Grünbaum unternommen, zunächst auf Grund spezieller, in seinen Schriften ‚A Consistent Concept of the Extended Linear Continuum as an Aggregate of Unextended Elements' in Philosophy of Science XIX (1952) 288—305 und Philosophical Problems of Space and Time, New York 1964 (vgl. auch den Aufsatz ‚The Nature of Time' in Frontiers of Science and Philosophy I [1962] 149—184), niedergelegter Untersuchungen allgemeiner Probleme und dann in spezieller Anwendung auf Z. in einem eigenen Buche von 144 S.: Modern Science and Zeno's Paradoxes, Middletown, Conn. 1967. Diese Schrift setzt sich das Ziel, ‚diejenigen Schwierigkeiten in Z.s Argumenten zu behandeln, die nicht das Resultat ungenügender mathematischer Kenntnisse auf seiten Zenons sind' (wie sie z. T. auch von Vlastos für die Paradoxien verantwortlich gemacht werden), ‚sondern auch noch dem modernen Mathematiker problematisch erscheinen können, wobei außer acht bleiben soll, wieweit der historische Z. diese Schwierigkeiten von den Unvollkommenheiten und Irrtümern, die seinen Argumenten im einzelnen anhaften, zu unterscheiden imstande war'. Es soll also sozusagen der reine, von allen historisch bedingten Unreinigkeiten befreite Kern der Argumente Z.s herausgeschält und auf seine Stichhaltigkeit im Lichte modernster Theorien und Ergebnisse geprüft werden.

Grünbaum beginnt mit einer Unterscheidung zwischen zwei Arten von Zeit, einer bewußtseinsunabhängigen (mind-independent) physikalischen Zeit und einer bewußtseinsabhängigen Zeiterfahrung. Die letztere ist gekennzeichnet durch die Erfahrung des flüchtigen Jetzt, das auch in der Zeittheorie des Aristoteles eine so große Rolle spielt, des Gegenwartspunktes, welcher die Zeit in eine unaufhörliche heranrückende und dann in die Vergangenheit zurücksinkende Zukunft und eben jene Vergangenheit teilt und die Dinge werden und vergehen läßt. Diese Zeit kann nur in einem zeiterfahrenden Bewußtsein existieren. Ihr stellt Grünbaum die bewußtseinsunabhängige Zeit gegenüber, innerhalb deren es zwar ein eindeutiges Früher und Später gibt, aber im strikten Sinne keine Zukunft, Gegenwart und Vergangenheit, obwohl sich auch diese Zeit in Analogie zu den Jetztpunkten der bewußtseinsabhängigen Zeit in Gleichzeitigkeitspunkte teilen läßt. Ja, diese Simultaneitätspunkte, die überall auf der physikalischen bewußtseinsunabhängigen Zeitkoordinate angenommen werden können, lassen sich in strikterem Sinne als Punkte bezeichnen als die bewußtseinsabhängigen Jetztpunkte, die ein quasi-augenblickliches oder quasi- gegenwärtiges Gewahrsein einer Succession zulassen, wie des tick-tack einer Uhr oder der Einheit einer in successiven Tönen zu Gehör kommenden Melodie.

An dieser Stelle darf vielleicht interpoliert werden, daß die Bedeutung der von Grünbaum getroffenen Unterscheidung zwischen bewußtseinsabhängiger Zeiterfahrung und bewußtseinsunabhängiger physikalischer Zeit für die Analyse der Paradoxien Z.s wie sich zeigen wird, unabhängig davon ist, ob man der Annahme einer objektiv existierenden, von jedem Bewußtsein unabhängigen ‚physikalischen' Zeit zustimmt oder nicht. Es genügt dafür durchaus, daß man von dem Jetzterlebnis abstrahieren und eine reine Zeitkoordinate mit Simultanpunkten anstelle der Jetztpunkte konzipieren kann, sowie daß eine solche abstraktive Zeitauffassung tatsächlich allen physikalischen Betrachtungen, Untersuchungen und Ergebnissen, bei denen die Zeit eine Rolle spielt, zugrunde liegt. Was diese abstraktive oder nach der Meinung Grünbaums bewußtseinsunabhängige physikalische Zeit angeht, so legt Grünbaum großen Wert auf die Feststellung, daß die Annahme einer solchen physikalischen Zeit ohne fließenden Jetztpunkt und ohne Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft im strikten Sinne keineswegs, wie oft behauptet worden ist, zu der Folgerung nötigt, daß die Zeit in ihrer ganzen Ausdehnung ‚wie ein Filmstreifen, der als ganzer vorliegt und nur successive vor uns abgerollt wird', faktisch gegenwärtig oder ‚ewig' existiert, was eine Simultaneität des gesamten Zeitablaufes bedeuten würde, da ja vielmehr die Simultanpunkte (gleichzeitiger Ereignisse an verschiedenen Orten) auf der physikalischen Zeitkoordinate deutlich voneinander unterschieden werden können. Er versucht ferner zu zeigen, daß diese Auffassung einer physikalischen, bewußtseinsunabhängigen Zeit ohne Jetztpunkte unabhängig davon ist, ob man an eine durchgängige Determiniertheit alles Geschehens glaubt oder einen Raum für undeterminiertes Geschehen offen läßt.

Das für die Behandlung der Paradoxien des Z. hinsichtlich der Bewegung grundlegende Problem in bezug auf die von Grünbaum postulierte physikalische Zeit ist nun die Frage der Dichte der Punkte auf der eindimensionalen Zeitkoordinate und entsprechend auf der räumlichen Strecke, welche der sich bewegende Gegenstand, sei dies nun Achilleus oder der Pfeil, zurückzulegen hat. Im Gegensatz zu Aristoteles, der das Unendliche nur als potentielle, ohne Grenze immer weiter fortsetzbare Teilung hatte gelten lassen, geht Grünbaum von der Annahme der Existenz eines Aktualunendlichen aus, wie sie Georg Cantor von seinen ersten Veröffentlichungen an seiner neuen Mengentheorie zugrunde gelegt hatte (vgl. jetzt G. Cantor Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts, Hildesheim 1966, 370ff. und 409ff.). So wird (Grünbaum Zeno, 41) ausdrücklich gesagt, es könne keine Rede davon sein, daß die Intervalle und Subintervalle (z. B. der in der zweiten Version des Achilleusparadoxes zu durchlaufenden unendlichen Intervallreihe $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$, $^1/_{16}$, $^1/_{32}$ usw.) erst durch eine hypothetische oder ideale Teilungsoperation in Gedanken erzeugt werden müßten, denn ihre Existenz sei unabdingbar verknüpft mit (part and parcel of) der Existenz der dichten aktualen Unendlichkeit von Raumpunkten, welche das gesamte Intervall konstituieren. Schärfer kann der Gegensatz zwischen der Auffassung des Aristoteles und der von Grünbaum adoptierten Georg Cantors nicht zum Ausdruck gebracht werden.

Auch Grünbaum geht davon aus, daß die Summe der Intervalle von den Längen $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$, $^1/_{16}$, $^1/_{32}$ usw. der Ausdehnung nach endlich bleibt, was aber, wie gesehen, von Z. nicht bestritten worden war. Er legt jedoch, um Einwänden zu entgehen, die von früheren Mathematikern erhoben worden waren, Wert auf die Feststellung, daß die Summe dieser Intervalle kein letztes Glied hat, was auch so ausgedrückt werden kann, daß der Endpunkt der ganzen Strecke keinen benachbarten Punkt zu seiner Linken hat (S. 43). Von hier an teilt sich die Untersuchung in zwei Teile, von welchen der grundlegendere, in dem die Lösung des Z.schen Paradoxes für Strecken im Raum erbracht werden soll, auf den weniger grundlegenden folgt, in dem Grünbaum die Anwendbarkeit derselben Lösung, die zunächst auf Grund der früheren Schrift (A consistent Conception etc.)

als schon erbracht angesehen wird, auf die Zeit zu beweisen versucht.

Die Lösung des zweiten Problems auf mengentheoretischer Basis beruht auf der Cantorschen Feststellung, daß jedes ausgedehnte Intervall eine im mengentheoretischen Sinn (wonach die Menge aller ganzen Zahlen oder aller rationalen Zahlen mit einem etwas hybriden Ausdruck ‚abzählbar unendlich' genannt wird) nicht abzählbare unendliche Menge von ‚degenerativen', d. h. ausdehnungslosen Elementen (von der Länge 0) enthält und daß eine lange oder selbst unendliche lange Linie keine größere ‚Mächtigkeit 'hat als ein ganz kurzes Intervall (da jeder Punkt der unendlich langen Linie eindeutig in Eins-zu-Eins-Relation einem einzigen bestimmten Punkt der kurzen Strecke zugeordnet werden kann), weshalb die arithmetischen Regeln der Addition auf die letzten Elemente kontinuierlicher ausgedehnter Größen nicht anwendbar sind, so daß auch nicht geschlossen werden kann, daß die Summe einer unendlichen Menge von Elementen eine unendliche Größe ergeben müsse.

Das erste Problem beruht darauf, daß William James und Whitehead den Beweis zu erbringen versucht haben, daß die Zeit sich nicht als Continuum im mengentheoretischen Sinne auffassen lasse, da das Gewahrsein des Zeitverlaufs, wie sich bei genauerer Selbstbeobachtung ergebe, nicht ein kontinuierliches, sondern ein diskretes (pulsating ‚not punctual) sei. Diesem Einwand begegnet Grünbaum auf Grund seiner früher vorgenommenen Unterscheidung zwischen subjektiver Zeiterfahrung und bewußtseinsunabhängiger physikalischer Zeit, indem er den diskreten Charakter der bewußtseinsabhängigen Zeiterfahrung zugibt, aber in längeren Ausführungen, die hier nicht in extenso wiedergegeben werden können, zeigt, daß die ‚physikalische' Zeit, bzw. die Zeit in abstraktiver Betrachtung von durchlaufenen Zeitstrecken, durchaus als Continuum betrachtet werden kann. Diese Untersuchung von A. Grünbaum hat das außerordentliche Verdienst, die verschiedenen in den Paradoxien der Bewegung des Z. enthaltenen, bei diesem nicht klar geschiedenen Ingredientien mit äußerster Klarheit herausgestellt und unterschieden zu haben. Wieweit man allerdings sein Ergebnis als endgültige Auflösung der Paradoxien betrachten kann, hängt von der Beurteilung der auch heute noch sowohl von Philosophen wie von Mathematikern heftig umstrittenen Grundlagen der Cantorschen Theorie des Continuums ab, die von dem Postulat ausgeht, daß die Gesamtheit der auf einer Strecke oder in einer Fläche gelegenen Punkte sich als eine im mengentheoretischen Sinne nicht abzählbare Menge betrachten lasse und daß eine nicht abzählbar unendliche Menge von ausdehnungslosen Punkten Ausdehnung besitzen könne. Grünbaum meint, die in der letzteren Annahme liegende Schwierigkeit (S. 127) dadurch lösen zu können, daß er nochmals betont, a) daß jede Teilung einer wahrgenommenen Linie an einer unteren Schwelle der Wahrnehmbarkeit angelangen müsse und daher zu diskreten Elementen führe, b) daß die von Aristoteles angenommene potentielle unendliche Teilbarkeit (nach Cantor) voraussetze, daß die Linie schon aktuell geteilt ist in eine nicht abzählbar unendliche Menge von ‚degenerativen' oder unausgedehnten Elementen. Aber eben die Bezeichnung der ausdehnungslosen Elemente als ‚degenerative' scheint anzudeuten, daß es sich bei der unendlichen Teilung um die Erzeugung von Intervallen handelt, die zwar nach Null zu abnehmen, aber, so weit man auch in der Reihe kommt, doch immer noch Ausdehnung besitzen, weshalb ihre Summe auch Ausdehnung besitzen kann. Vom Standpunkt des systematischen Aufbaus der Mengenlehre aus zeigen sich die besonderen Schwierigkeiten ihrer Anwendung auf das Continuum auch darin, daß es bis heute nicht gelungen ist, die c-Menge in die von Cantor konstruierte sogenannte Alefreihe der unendlichen Cardinalzahlen oder ‚Mächtigkeiten' einzureihen, obwohl Cantor zu Beginn seiner Untersuchungen auf Grund seiner Grundannahmen fest überzeugt gewesen war, daß dies ohne große Schwierigkeiten möglich sein müsse (vgl. auch K. v. Fritz Das Apeiron des Aristoteles in Naturphilosophie bei Aristoteles und Theophrast, ed. Ingemar Düring, Heidelberg 1969, S. 65—84. Jetzt auch in K. v. Fritz, Grundprobleme der Geschichte der antiken Wissenschaft, Berlin 1971, S. 677—700).

Die Frage, ob die Paradoxien des Z. als mit Hilfe der von Vlastos und Grünbaum angegebenen Mittel, wie diese glauben, wirklich ‚aufgelöst' betrachtet werden können, muß daher wohl dahingestellt bleiben. Was die angeführten Untersuchungen tatsächlich zeigen, ist wohl eher, daß in der Natur des menschlichen Erkenntnisvermögens mehrere verschiedene Formen der Erfassung kontinuierlicher Größen oder Prozesse angelegt sind, deren sich der Mensch mit einer gewissen Notwendigkeit aller bedient und die dennoch nicht vollständig miteinander in einer Gesamterfassung widerspruchslos vereinigt werden können. Was die ausgezeichneten Untersuchungen von Vlastos und Grünbaum wirklich leisten, ist, diese verschiedenen Formen der Erfassung und ihre Rolle in den Paradoxien des Z. mit unübertroffener Klarheit herauszustellen einschließlich der mathematischen Präzisierungen, in denen sie sich zur Darstellung bringen lassen: d. h. 1. die Art, wie ein Continuum sich in sinnlicher Wahrnehmung darstellt, in welcher die Unterteilung in immer kleinere Stücke an eine untere Grenze der Wahrnehmbarkeit stößt, woraus ein nicht genau abgrenzbarer Zwischenbereich zwischen diskreter und kontinuierlicher Auffassung der Phänomene entsteht, was sich z. B. auch darin manifestiert, daß ein Filmstreifen, der aus Einzelbildern diskontinuierlicher Bewegungsphasen besteht, wenn er abgespielt wird, sich der Wahrnehmung als kontinuierliche Bewegung präsentiert; 2. die abstrakte Analyse eines gedachten, bzw. in abstrahierender Auffassung als Element eines reinen entleerten Raumes vorgestellten Continuums, in dessen Wesen es liegt, im Einklang mit der Lehre des Aristoteles, potentiell unendlich teilbar zu sein, ohne daß dieser Teilungsprozeß jemals definitiv zu Ende kommt, wobei die Summe der Unterteilchen jedoch, wenn ihre Reihe konvergent ist, bzw. die Unterteilchen sich nicht (wie z. B. in der nichtkonvergenten Reihe $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/6$ usw.) überschneiden, unterhalb eines endlichen Grenzwertes bleibt; 3. das Zerteilen des Continuums durch als völlig ausdehnungslos angenommene Punkte an beliebigen Stellen, eine zur möglichst exakten Erfassung gewisser Aspekte der Phaenomene unentbehrliche geistige Manipulation. Dies führt natürlicherweise zu der Vorstellung, daß das Continuum aus einer unendlichen Menge solcher Punkte ‚bestehe‘. Aber die Vorstellung, daß eine Summe völlig unausgedehnter Elemente Ausdehnung haben könnte, ist nicht wirklich vollziehbar. Die Axiomatisierung der Cantorschen Mengenlehre versucht eine solche Auffassung mit Hilfe der Lehre von den verschiedenen Mächtigkeiten von Mengen und der Bestimmung der Mächtigkeit der c-Menge gewissermaßen dennoch manipulierbar zu machen, ohne doch die daraus resultierenden Schwierigkeiten auch nur mathematisch völlig überwinden zu können. Es bleibt daher doch wohl die Antinomie verschiedener, gleich unentbehrlicher und doch nicht vollständig miteinander auf einen Nenner zu bringender Erfassungsweisen (vgl. auch die ausgezeichnete Formulierung dieses Aspektes des Problems durch H. F r ä n k e l ‚Zeno of Elea's Attacks on Plurality‘, Amer. Journ. Philol. LXIII [1943] 8: The human mind, when trying to give itself an accurate account of motion, finds itself confronted with two aspects of the phenomenon. Both are inevitable but at the same time they are mutually exclusive, etc).

Kehrt man von hier zu den Formulierungen dieser Antinomien durch Z. zurück, so sind ihre Constituentien in ihnen nirgends mit der Klarheit unterschieden und herausgestellt, wie dies gerade durch die neuesten Behandlungen des Problems durch Vlastos und Grünbaum geschehen ist. Aber in einigen der überlieferten Formulierungen der Paradoxie vom fliegenden Pfeil, der ruht, ob diese nun in dieser Form von Z. stammen oder später umformuliert worden sind, ist jedenfalls das eine konstituierende Element der Antinomie mit einer bemerkenswerten Präzision herausgestellt.

Im Gegensatz zu den Argumenten Z.s gegen die Bewegung, die, wenn man von möglichen Spuren einer originalen Fassung des Arguments vom fliegenden Pfeil absieht, alle nur in späteren Formulierungen erhalten sind, besitzen wir Z.s A r g u m e n t e g e g e n d i e V i e l h e i t zu einem beträchtlichen Teil in mehr oder minder wörtlichen Fragmenten. An diesen tritt naturgemäß viel deutlicher in Erscheinung, mit welchen Schwierigkeiten Z. bei der Formulierung und Präzisierung seiner Paradoxien zu kämpfen gehabt hat, und sind die sozusagen ‚unreinen‘ Beimischungen zu der Grundantinomie viel größer und deutlicher. Die beiden Fragmente B 1 und B 2 bei Diels/Kranz gehören offenbar als Teile einer zusammenhängenden Argumentation zusammen, so jedoch, daß B 2 zweifellos B 1 voranging (die richtige Reihenfolge bei M. U n t e r s t e i n e r Zenone, Testimonianze e Frammenti, Florenz 1963, p. 182ff.), aber B 1 nicht unmittelbar auf B 2 folgte.

Simplicius, der das Fragment B 2 zitiert, sagt in seiner Einleitung zu dem Zitat, Z. habe damit beweisen wollen, daß das, was weder *μέγεθος* noch *πάχος* noch *ὄγκος* habe, überhaupt nicht existiere (*οὐδ' ἂν εἴη*). Hier macht für die Übersetzung das Nebeneinander der drei Ausdrücke *μέγεθος*, *πάχος* und *ὄγκος* eine gewisse Schwierigkeit. Sollen sie die drei Dimensionen bezeichnen, oder wird mit *ὄγκος* wie bei Demokrit das Raumerfüllende, die ‚Masse‘, bezeichnet? Das Nebeneinander von *μέγεθος* und *πάχος* ohne *ὄγκος*, aber in offenbar gleicher Funktion, in B 1 scheint eher darauf hinzuweisen, daß sie ohne genauere Differenzierung zusammen einfach die Ausgedehntheit bezeichnen sollen. Das Argument selbst lautet dann folgendermaßen: ‚Denn wenn es zu einem anderen Seienden hinzugefügt würde, würde es dieses nicht größer machen. Denn wenn es ohne Größe (Ausdehnung) ist (vgl. K. v. F r i t z Gnomon. XIV 105), aber hinzugefügt wird, so ist es nicht möglich, daß es (sc. das, zu dem es hinzugefügt wird) an Größe gewinnt. Wenn aber, wenn es (sc. von einem anderen) weggenommen wird, das andere nicht kleiner wird, noch, wenn es hinzugefügt wird, vermehrt wird, so ist es klar, daß das Hinzugefügte und Weggenommene nichts war.‘ Das ist ein seltsam sich im Kreise bewegendes Argument, bei dem am Ende genau das herauszukommen scheint, was am Anfang genau so schon hineingesteckt worden ist. Der Gedankengang ist aber wohl der (vgl. auch H. F r ä n k e l a. O. 19ff.), daß die Existenz des Ausdehnungslosen, wenn es zu etwas anderem hinzugefügt oder davon weggenommen wird, sich doch irgendwie (d. h. durch eine quantitative Veränderung) bemerkbar machen müsse. Dabei wird ‚quantitative‘ Veränderung mit Veränderung hinsichtlich der räumlichen Ausdehnung gleichgesetzt. Darin liegt die Erschleichung, die auch darin zum Ausdruck kommt, daß es in dem Fragment am Ende *οὐδὲν ἦν* heißt, während Simplicius am Anfang und am Ende, möglicherweise nach einem von Z. selbst in seinen Zwischenausführungen gebrauchten Ausdruck, dies durch *οὐδ' ἂν εἴη* ersetzt. Ob, wie H. F r ä n k e l (a. O. 23ff.) meint, Z. außerdem zeigen wollte, daß man durch Addition von eindimensionalen Linien niemals eine Fläche, durch Aufeinanderlegen von noch so vielen Flächen niemals einen dreidimensionalen Körper erzeugen kann, läßt sich aus dem Fragment B 2 allein nicht entnehmen. Was Z. braucht und in dem Fragment zu beweisen versucht, ist nur die Ausgedehntheit aller ‚seienden‘ Dinge, um von da aus wieder zu seinen Continuumsbetrachtungen und den aus ihnen herzuleitenden Antinomien gelangen zu können.

Das Fragment B 1, das, wie Simplicius auf das deutlichste ausspricht (*προδείξας γὰρ ὅτι εἰ μὴ ἔχοι μέγεθος τὸ ὂν οὐδ' ἂν εἴη, ἐ π ά γ ε ι. εἰ δὲ ἔστιν . . .*). an das Fr. B 2 wenn auch nicht notwendigerweise unmittelbar anknüpft und darauf aufbaut, lautet dann folgendermaßen: ‚Wenn es aber ist, dann ist es notwendig, daß jedes eine Größe und Dicke haben muß und daß das eine von ihm von dem anderen einen gewissen Abstand haben muß, und von dem Hervorragenden (*περὶ τοῦ προύχοντος*) gilt dasselbe. Denn auch jenes wird Größe haben und etwas von ihm wird hervorstehen. Es ist aber dasselbe, dies einmal zu sagen oder immer wieder. Denn nichts dergleichen von ihm wird das Äußerste sein und nie wird das eine davon ohne Verhältnis zum anderen sein. Wenn daher viele Dinge sind, ist es notwendig, daß sie klein sind und groß, klein bis dahin, daß sie keine Größe haben, groß aber bis zum unendlich (groß) sein.' Dieses Fragment zeigt noch deutlicher als B 2, welche außerordentliche Schwierigkeiten es Z. bereitete, seine Überlegungen und Argumente präzis sprachlich zu formulieren. Es ist schwer, das grammatische Subjekt des ersten Nebensatzes εἰ δὲ ἔστιν zu bestimmen. Aus der von Simplicius bezeugten Anknüpfung an B 2 geht jedoch mit absoluter Sicherheit hervor, was gemeint sein muß, nämlich: ,Wenn dies so ist (nämlich, daß das, was keine Ausdehnung besitzt, überhaupt nicht existieren kann), dann ist es notwendig, daß, wenn etwas ist, dieses Größe und Dicke haben muß.' Aus der räumlichen Ausgedehntheit wiederum folgt, daß ,das eine davon vom anderen ,abstehen' (ἀπέχειν) muß.' Wiederum zeigt sich darin die Schwierigkeit des archaischen Autors mit der Formulierung. ἀπέχειν heißt sonst im allgemeinen ,einen Abstand haben', ,in einem Abstand sein'. Da der Ausdruck aber mit προέχειν fortgesetzt wird, kann das nicht gemeint sein, sondern, daß das Ausgedehnte in verschiedene Teile geteilt werden kann, von denen der eine von dem anderen ,wegliegt (ἀπέχει) oder über ihn hinausliegt (προέχει). Dann versteht man auch den Fortgang der Argumentation. Jeder Teil eines Ausgedehnten, der an einen gegebenen Teil des Ausgedehnten anschließt, d. h. von ihm ,wegliegt' oder über ihn ,hinausliegt', hat selbst wieder Teile, von denen der eine jeweils über den Rest hinausliegt, und so in infinitum. Damit sind wir wieder bei der unendlichen Teilung des continuierlichen Ausgedehnten angelangt und damit prinzipiell wieder bei derselben Antinomie wie bei den Paradoxien der Bewegung.

Der Schluß jedoch, der hier am Ende gezogen wird, kommt äußerst abrupt und ist alles andere als klar formuliert. ,Wenn daher viele Dinge sind'. In Wirklichkeit handelt es sich bei dem vorangegangenen Argument nicht um die Existenz vieler Dinge, die nebeneinander bestehen, sondern darum, daß ein ausgedehntes Ding durch Unterteilung in viele Dinge verwandelt werden kann, dann aber, da der Unterteilung zum mindesten in Gedanken keine Grenze gesetzt ist, in undendlich viele Dinge. Darin also, nicht in der Pluralität der Dinge an sich wird wiederum die eigentliche Schwierigkeit gefunden. Was nun das ,klein werden, bis sie keine Größe haben' angeht, so ist ja leicht zu sehen, daß, da die Teile immer innerhalb der Grenze des vorgegebenen ausgedehnten endlichen Gegenstandes bleiben, sie immer geringer an Größe werden, bis sich ihre Ausdehnung dem Nullpunkt nähert. Etwas anderes kann kaum mit dem Ausdruck gemeint sein. Dagegen ist die Auslegung des zweiten Teiles ,groß bis zum Grenzenlosen' kontrovers. H. Fränkel meint, Z. habe hier nicht den Irrtum begangen, anzunehmen, daß die Dinge oder ihre Summe an Ausdehnung ins Unendliche wachsen müsse. Vielmehr sei gemeint, daß auch in unendlich vielen Schritten die Grenze des ausgedehnten Gegenstandes nicht erreicht werde (a. O. 196ff.). Insoweit, meint Fränkel, sei Z. ganz korrekt. Aber er habe doch zugleich sein Argument so formuliert, daß in dem naiven Leser der Eindruck des Beweises unendlicher Ausdehnung erweckt werden mußte. Es mache den Eindruck, als ob Z. sich hier absichtlich einer Art Seiltänzertricks bedient habe, den er mit Leichtigkeit und Vergnügen ausführe. Doch ist bei dieser Auslegung vielleicht der vorletzte Satz des Argumentes vergessen, in dem es heißt: denn nichts dergleichen von ihm wird das Äußerste sein *und nie wird eines davon ohne Verhältnis zum anderen* sein.' Dies besagt ja zweifellos, daß jeder noch so kleine Teil, weil er notwendig ein Verhältnis zu der vorangehenden Größe hat und diese zur vorangehenden und da nur eine Größe zu einer Größe ein Verhältnis haben kann, selbst noch eine Größe haben muß. Multipliziert man aber irgendeine noch so kleine Größe mit unendlich, bzw. addiert man sie unendlich oft zu sich selbst, so muß das Ergebnis ein unendliches sein. Nun hat H. Fränkel ganz recht, wenn er (p. 200) sich wundert, daß Z. τε ... καὶ sagt, statt ἢ ... ἢ zu sagen. Denn wenn die Teile klein werden ,bis zum keine Größe haben', dann gilt die Folgerung, daß ihre Summe ,groß wird bis zum Unendlichen' nicht und umgekehrt. Z. hätte also ,entweder/oder' sagen müssen statt ,sowohl/als auch'. Das ist in gewisser Weise ganz richtig. Trotzdem ist es ganz begreiflich, daß Z. das Dilemma, wie es ihm erschien, in der Form des ,sowohl/als auch' zum Ausdruck gebracht hat: wenn die Summe nicht unendlich groß werden soll, was doch der Endlichkeit des ausgedehnten Gegenstandes widerspricht, dann müssen die Teile klein werden ,bis sie keine Größe mehr haben'. Aber eben dies ist doch wieder nicht möglich, da sie doch ein festes Größenverhältnis zu unbezweifelbar wirklich ausgedehnten Größen behalten, also doch selbst Größe und Ausdehnung haben müssen. Dabei ist im übrigen höchst bemerkenswert, daß hier genauso wie in der Paradoxie vom fallenden Hirsekorn (vgl. o. S. 59) von der notwendigen Erhaltung eines quantitativen Verhältnisses zu einer quantitativen Größe auf die Erhaltung einer positiven, von 0 verschiedenen Größe (hier Ausgedehntheit) geschlossen wird. Dies spricht auch dafür, daß die in ihrer Echtheit oft angezweifelte Paradoxie vom fallenden Hirsekorn zum mindestens in der unmittelbaren Tradition der Paradoxien Z.s gelegen ist. Wiederum geht Z. also hier im Grunde darauf aus, die Unvereinbarkeit zweier in der Natur unseres Erkenntnisvermögens begründeter, gleich unentbehrlicher Erfassungsarten des Continuums aufzuweisen: im vorliegenden Falle in der Art, wie sie sich in der Vorstellung des ,Grenzüberganges' enthüllt. Wiederum ist es ihm auch trotz der offensichtlichen logischen Mängel des ersten Teiles seines Beweises, in dem er zu demonstrieren sucht, daß, was keine räumliche Ausdehnung besitzt, nicht existieren kann, und trotz der Schwerfälligkeit der Formulierungen im zweiten Teil seiner Argumentation gelungen, einer präzisen Bestimmung des Dilemmas ziemlich nahe zu kommen.

Starke Mängel in der Formulierung weist auch das dritte der gegen die Annahme einer Vielheit existierenden Dinge gerichtete Fragment (29 B 3 D/K) auf. Es lautet folgendermaßen: ,Wenn es viele Dinge gibt, ist es notwendig, daß es so viele sind, wie es sind und weder mehr von ihnen noch weniger. Wenn es aber so viele sind wie es sind, dürften sie wohl (sc. der Anzahl nach) begrenzt sein. Wenn es viele Dinge gibt, sind die seienden Dinge (der Anzahl nach) unbegrenzt. Denn immer sind andere zwischen den seienden Dingen, und zwischen denen wieder andere. Und so sind die seienden Dinge unbegrenzt (an Anzahl).‘ Die erste der beiden einander widersprechenden Behauptungen nebst dem für sie versuchten Beweis stellt, modern gesprochen, wiederum die Frage der Existenz des aktual Unendlichen. Die Summe aller existierenden Dinge scheint (zum mindesten in jedem Augenblick) eine feste Zahl sein zu müssen und eine feste oder bestimmte Zahl wiederum scheint eine endliche sein zu müssen. Dem steht gegenüber die Behauptung Cantors (Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts, ed. E. Zermelo, Berlin 1932, Neudruck, Hildesheim 1966, S. 392ff. Anm. 1) von der Existenz aktual unendlicher Mengen (vgl. auch a. O. 410ff.; vgl. darüber jedoch u. S. 81).

Der genaue Sinn des zweiten Teiles des Fragmentes ist umstritten. Auf den ersten Blick scheint es zu bedeuten, daß zwei oder mehrere Dinge nur dadurch als zwei oder mehrere erscheinen können, daß etwas zwischen ihnen ist, das sie voneinander trennt. Dann muß aber dieses dazwischen befindliche Ding, um als von den anderen getrenntes Ding existieren können, von diesen wiederum durch etwas weiteres getrennt sein und so fort in infinitum. H. Fränkel Wege und Formen frühgriechischen Denkens, München 1955, 200ff., macht jedoch darauf aufmerksam, daß es kein Anzeichen dafür gebe, daß die Eleaten geleugnet hätten, daß, wenn es eine Vielheit von Dingen gebe, zwei Dinge unmittelbar miteinander in Berührung stehen könnten. Er glaubt daher die richtige Interpretation des Fragmentes darin zu finden, daß Z. überall, wo er von Vielheit spricht, die Teilbarkeit einschließt, mit Teilbarkeit aber nicht nur physische Teilbarkeit meine, ‚sondern auch die Möglichkeit einer gedanklichen Unterscheidung zwischen Teilen oder Bereichen innerhalb des zusammenhängenden Gegenstandes‘. Es bestehe daher kein Grund, ein dazwischentretendes Drittes zu postulieren, wenn zwei Dinge unterschieden werden sollen. Wohl aber befinde sich, wenn wir einer Einheit Vielheit, d. h. Teilbarkeit zuschreiben, stets ein gewisser Teil von ihr hier und ein anderer dort. Selbst wenn dieses Hier und dieses Dort sehr nahe beieinander gelegen seien, liege es bei uns, das Etwas hier und das Etwas dort so klein anzusetzen, daß sich noch ein Drittes dazwischen einzwängen lasse. Diese Operation könne beliebig oft wiederholt werden, ohne daß je eine Grenze erreicht wird.

Es ist jedoch nicht leicht, zwischen den beiden voneinander abweichenden Auslegungen eine definitive Entscheidung zu treffen, da in den eleatischen Schriften zu wenig Gelegenheit ist, von Berührung oder Trennung einer Vielheit von Gegenständen zu sprechen, als daß man mit Sicherheit sagen könnte, daß Z. die Notwendigkeit eines trennenden Dazwischen nicht angenommen haben könnte. Aber im einen wie im anderen Fall läuft es wiederum auf die unendliche Teilbarkeit der räumlichen Ausdehnung hinaus, da auch im ersten Falle der zwischen zwei Dingen liegende, sie trennende Raum immer weiter untergeteilt werden muß. Im Grunde ist daher das Argument sowohl bei den Argumenten gegen die Vielheit wie auch bei denen gegen die Bewegung in den verschiedensten Formen, von einigen besonderen Zusätzen abgesehen, immer wieder dasselbe.

Ein zusätzliches, nicht im Wortlaut überliefertes, aber nicht unwichtiges Fragment (über die Annahme Calogeros Studi sull' Eleatismo, Rom 1932, p. 149f., jetzt leichter zugänglich in der deutschen Übersetzung ‚Studien über den Eleatismus‘, Darmstadt 1970, p. 101ff. und 315f., die bei Simplicius in Aristot. Phys. p. 562 Diels überlieferte Form des Arguments gebe die Formulierung Z.s wörtlich wieder, vgl. K. v. Fritz Gnomon XIV [1938] 105) kommt auf Grund einer ähnlichen Argumentation zur Leugnung des Raumes (andere Formulierungen 29 A 24 D/K: ‚Alles, was ist, muß irgendwo sein. Wenn es irgendwo ist, muß es im Raume sein. Wenn der Raum existiert, muß er auch im Raume sein. Also muß jeder Raum wieder in einem Raume sein und so fort in infinitum.‘ Wenn es richtig ist, was Simplicius a. O. sagt, daß Z. auf diese Weise die Existenz des Raumes zu widerlegen versuchte (*ἀναιρεῖν ἐδόκει τὸν τόπον*) und die Argumentation in irgendeiner Form mit der Feststellung schloß ‚*οὐκ ἄρα ἔστιν ὁ τόπος*‘, wird auch hier wieder, wie in den anderen Argumenten von der Unendlichkeit auf die Nichtexistenz geschlossen. Es erhebt sich jedoch die weitere Frage, was in diesem Fall mit *τόπος* gemeint ist. Wenn das Argument zur Unterstützung der Philosophie des Parmenides dienen soll, was jedoch noch weiter erörtert werden muß (vgl. auch o. S. 58), kann damit nicht die räumliche Ausdehnung gemeint sein, da Parmenides sein wahres Seiendes ja in gewisser Weise zum mindesten als räumlich ausgedehnt betrachtet hat (28 B 8, 42ff.: *εὐκύκλου σφαίρης ἐναλίγκιον ὄγκῳ, μέσσοθεν ἰσοπαλὲς πάντῃ*). Vielmehr kann dann damit nur gemeint sein, daß das eine Seiende nicht in einem es umgebenden Raume, bzw. an einem Orte, ist, was ja auch wiederum dem Grundgedanken des Parmenides entspricht, daß das Nichtseiende in keiner Weise existiert, also auch nicht — wie die Atomisten Leukipp und Demokrit das eleatische Dilemma später zu lösen versuchten — in der Form eines das Seiende umgebenden leeren Raumes.

IV. Z.s Stellung in der Geschichte der Philosophie und der Mathematik. Die Analyse der Paradoxien des Z. hat nebenbei gezeigt, daß diese bis auf den heutigen Tag immer wieder das höchste Interesse sowohl der Philosophen wie auch der Mathematiker hervorgerufen haben. An ihrer Bedeutung in beider Hinsicht kann daher nicht gut gezweifelt werden, ganz abgesehen von der Frage, wieweit die in ihnen enthaltenen tieferen Problemen von Z. adaequat formuliert worden sind, einer Frage, die dahin beantwortet werden konnte, daß Z. seine Argumente nicht immer adaequat zu formulieren verstanden und nicht ganz selten verschiedene Aspekte des zugrundeliegenden Problems nicht scharf auseinandergehalten hat, aber gelegentlich einer präzisen Formulierung dieses Problems doch sehr nahe gekommen ist. Ganz verschieden davon ist jedoch die Frage, wodurch Z. zuerst zur Aufstellung seiner Paradoxien veranlaßt worden ist und welche Wirkung sie unmittelbar nach ihrem Bekanntwerden sowie dann weiter in der darauffolgenden Entwicklung der antiken Philosophie und Mathematik etwa ausgeübt haben.

Über diese Frage ist in neuerer Zeit eine lebhafte Kontroverse entstanden. Bis gegen Ende des vorigen Jahrhunderts galt ganz allgemein die Auffassung für richtig, die Platon in seinem Dialog ‚Parmenides' 127 a ff. zum Ausdruck gebracht hat, daß es nämlich der Zweck der Paradoxien gewesen sei, die Philosophie des Parmenides zu verteidigen gegen die Einwände, die gegen sie von allen Seiten vorgebracht worden waren, indem man zu zeigen versuchte, daß sich aus der Leugnung der Vielheit und der Bewegung durch Parmenides die seltsamsten und absurdesten Konsequenzen ergäben. Demgegenüber habe dann Z. zu beweisen versucht, daß sich aus der Annahme der Vielheit und der Existenz der Bewegung nicht weniger seltsame und absurde Konsequenzen ergäben. Die Schrift sei jedoch eine Jugendschrift gewesen, die zu veröffentlichen Z. sich gescheut habe, bis sie von anderen gegen seinen Willen veröffentlicht worden sei. Im Jahre 1887 erklärte jedoch P. Tannery in seiner Schrift Pour l'histoire de la science hellène (2. Aufl., Paris 1930) 248ff., Z., der kein Skeptiker gewesen sei, habe gar nicht die Bewegung leugnen wollen, sondern nur die Unvereinbarkeit der Bewegung mit der Annahme der Vielheit nachweisen, d. h. genauer mit der Annahme, daß die Linien, Flächen und Körper Vielheiten von Punkten seien. Eine solche Erklärung ist natürlich absurd unter der Voraussetzung, daß Z. die Lehre des Parmenides habe verteidigen wollen, nicht nur, weil Parmenides unzweifelhaft nicht nur die Vielheit, sondern (28 B 7, 26ff.: *αὐτὰρ ἀκίνητον μεγάλων ἐν πείρασι δεσμῶν ἔστιν ἄναρχον ἄπαυστον, ἐπεὶ γένεσις καὶ ὄλεθρος τῆλε μάλ' ἐπλάγχθησαν, ἀπῶσε δὲ πίστις ἀληθής*) mit unzweideutigen Worten auch die Bewegung geleugnet hat, sondern, wie G. Calogero Studi sull' Eleatismo 114/15 hervorgehoben hat, vor allem auch deshalb, weil, wenn das eine Seiende des Parmenides nach Leugnung der Vielheit allein übrig bleibt, gar nicht zu sagen ist, wie und wohin es sich bewegen sollte. Die Erklärung Tannerys und ähnliche Erklärungen sind daher nur dann überhaupt diskutierbar, wenn zwei Voraussetzungen gemacht werden: 1. daß das Verhältnis des Z. zu Parmenides ein loseres gewesen ist als auf Grund der antiken Überlieferung in der Regel angenommen wird, nämlich, wie o. S. 58 als möglich angedeutet, ein aporetisches, so daß er nicht positiv beweisen wollte, daß die Ergebnisse des Denkens des Parmenides richtig seien, sondern nur, wie die Angaben im Parmenides Platons immerhin offen lassen, darauf hinweisen, daß man in nicht geringere Schwierigkeiten gerate, wenn man die Lehre des Parmenides ablehne, und 2., daß Z. zu seinen eigenen Gedankengängen nicht durch Parmenides angeregt worden ist, sondern durch andere zu seiner Zeit diskutierte Probleme: nach Tannery eben solche, die sich aus der Pythagoreischen, nicht aus der Parmenideischen Philosophie ergaben.

Eben diese Annahme haben vor allem H. Hasse und H. Scholz Die Grundlagenkrisis der griechischen Mathematik, Pan-Bücherei, Gruppe Philosophie 3, Charlottenburg 1928, eingehend zu begründen und auszubauen unternommen. Die Überlegungen des Z. seien veranlaßt worden durch einen mathematisch sehr anfechtbaren Versuch gewisser Pythagoreer, die Arithmetica Universalis aus den Schwierigkeiten zu retten, in die sie durch die Entdeckung der Inkommensurabilität geraten sei (a. O. 9ff.). Diese hätten etwa folgendermaßen argumentiert: der Satz von der Inkommensurabilität zweier Strecken wie etwa der Seite und der Diagonale eines Quadrats oder Fünfecks sei zwar unwidersprechlich bewiesen, solange man mit Einheitswerten von endlicher Ausdehnung operiere; er brauche aber nicht mehr wahr zu sein, wenn man zu unendlich kleinen Einheitsstrecken, also zu Elementarstrecken, übergehe. In bezug auf diese Elementarstrecken brauchten die sonst inkommensurablen Gebilde nicht mehr inkommensurabel zu sein. Daß die Vermutung, es habe ein solches Raisonnement von gewissen Pythagoreern gegeben, nicht aus der Luft gegriffen sei, gehe aus den Berichten über den Vollzug infinitesimaler Prozesse in der Zeit zwischen 450 und 400 v. Chr. hervor, wie dem Versuch des Antiphon, den Kreis durch ‚Exhaustion' mit Hilfe einbeschriebener und umschriebener Polygone zu quadrieren, oder dem Versuch Demokrits, das Verhältnis des Kreiskegelinhalts zum Inhalt des Kreiszylinders von gleicher Grundfläche und Höhe mit Hilfe einer dem sogenannten Cavalierischen Prinzip entsprechenden Überlegung, in der er sich Kegel und Zylinder als aus unendlich vielen, unendlich schmalen Querschnittsschichten parallel zur Grundfläche aufgebaut dachte, zu bestimmen.

Daß nun die Argumente des Z. sich aller Wahrscheinlichkeit nach gegen solche unstrengen Operationen mit unendlich kleinen Elementarstrecken oder Elementarflächen gerichtet habe, ergebe sich daraus, daß der dunkle und schwierige Satz des Z. (19 B 1 Ende D/K), ‚Wenn es vieles gibt, so muß dieses zugleich groß und klein sein, groß bis zur Unendlichkeit, klein bis zur Nichtigkeit', sich mit einem Schlage erhelle, wenn man ihn folgendermaßen interpretieren dürfe: ‚Wenn es zulässig ist, eine Strecke als ein Aggregat von unendlich vielen, unendlich kleinen Elementarstrecken aufzufassen, sind zwei und nur zwei Fälle möglich. Entweder haben jene Elementarstrecken eine endliche, von Null verschiedene Größe. Dann wird die aus ihnen zusammengesetzte Strecke unendlich groß erscheinen müssen; denn ein Aggregat aus unendlich vielen Elementargrößen von endlicher Größe übertrifft jede endliche Strecke. Oder die angenommenen Elementarstrecken sind Nullstrecken im strengsten Sinne des Wortes. Dann ist auch die aus ihnen zusammengesetzte Strecke eine Nullstrecke; denn eine Zusammensetzung von Nullstrecken kann immer wieder nur eine Nullstrecke liefern ‚gleichviel wie groß die Anzahl der dabei verwendeten Nullstrecken ist'. Damit habe Z. die Absurdität des Operierens mit transfiniten (überendlichen) Mengen von infinitesimalen (unendlich kleinen) Elementen entdeckt (a. O. 60). Folglich sei Z. ‚der

Schicksalsmensch gewesen, auf den wir den antiken Finitismus zurückführen dürfen, und die Grundlagenkrisis der altpythagoreischen Mathematik das letzterreichbare Ereignis der abendländischen Geistesgeschichte, an das dieser Finitismus sich anknüpft Denn Z. selbst sei ohne jene Grundlagenkrisis nicht denkbar.

Sucht man nun festzustellen, ob oder wieweit die Folgerungen von H. Hasse und H. Scholz aus den historischen Gegebenheiten richtig sind, so ist es notwendig, drei Fragen scharf voneinander zu unterscheiden, die bei ihnen nicht klar unterschieden werden, nämlich 1. ob und wieweit die von ihnen gegebene Interpretation von 29 B 1 Ende richtig ist, 2. ob und wieweit die Argumente Z.s für die Entstehung dessen, was Hasse und Scholz den Finitismus der antiken Mathematik nennen, Bedeutung haben konnten, bzw. tatsächlich gehabt haben; 3. ob, wie diese annehmen, die Argumente Z.s nur aus einer Kritik an unscharfem mathematischen Operieren mit unendlich kleinen Elementargrößen zu erklären sind oder ob sie aus der Parmenideischen Philosophie hervorgegangen sein können. Seltsamerweise ist diese letzte Frage, soviel ich sehen kann, nie explizit gestellt worden, so ausführlich und heftig die Antwort auf die Frage nach Z.s Verhältnis oder Nichtverhältnis zu den Pythagoreern umstritten worden ist. Dagegen ist die Frage der Abhängigkeit des Parmenides selbst von den älteren Pythagoreern in neuester Zeit im Anschluß vor allem an das Buch von J. E. Raven Pythagoreans and Eleatics, Cambridge 1948, lebhaft diskutiert worden. Die Grundannahme ist hier, daß Parmenides' ‚Monismus' des Seins aus dem Gegensatz zu dem durchgehenden Dualismus der älteren Pythagoreer, der vor allem in den bekannten, von Aristoteles (Metaphys. A 5, 986 a 22ff. = 58 A 5 D/K) überlieferten pythagoreischen Tafeln der Gegensätze ihren Ausdruck gefunden habe, entsprungen sei. Es ist nicht möglich, auf diese Kontroverse hier einzugehen. Es muß genügen, darauf hinzuweisen, daß die Parmenideische Lehre von dem Ungewordensein und der Unvergänglichkeit sowie der Unveränderlichkeit des Seienden als Seienden zum mindesten auch in der von den ionischen Naturphilosophen unablässig diskutierten Frage nach dem Woher und dem Woraus der Dinge ihren Ursprung hat (für andere Aspekte der Herkunft der Parmenideischen Lehre vgl. U. Hölscher Anfängliches Denken [Göttingen 1968] 90ff., vor allem 126ff.) und daß das, was an pythagoreischen Gedanken in diesen Untersuchungen mit parmenideischen Gedanken in Verbindung gebracht wird, mit der Pythagoreischen Mathematik, die für die Entstehung der Paradoxien Z.s verantwortlich gemacht wird, höchstens eine ganz entfernte Beziehung hat.

Dagegen läßt sich in einer sehr wesentlichen Hinsicht eines der grundlegendsten Argumente des Z. gegen die Vielheit unmittelbar an Parmenides anknüpfen. Es war bei der Analyse der Argumente des Z. gegen die Vielheit aufgefallen (vgl. o. S. 71), daß es sich bei dem Schlußargument in 29 B 1 εἰ πολλά ἐστιν in Wirklichkeit gar nicht um eine Vielheit nebeneinander bestehender Einzeldinge handelt, sondern, wie in den anderen Argumenten, auch wieder um die unendliche Teilbarkeit. Aber was hat die Frage der Existenz einer Vielheit nebeneinander bestehender Dinge mit der Frage der unendlichen Teilbarkeit zu tun? Beides ist nur identisch, wenn man ausgeht von dem einen in sich kontinuierlichen und ununterschiedenen Seienden des Parmenides, das dennoch räumliche Ausdehnung besitzt. Dann kann es eine Vielheit von Dingen nur geben durch Aufteilung des kontinuierlichen Seienden in einzelne Teile, und hier ist nicht einzusehen, warum der Schnitt eher an einer als an einer anderen Stelle gezogen werden soll, woraus die unendliche Fortsetzbarkeit der Teilung unmittelbar folgt. Die Antwort auf die zuletzt gestellte Frage scheint also zu sein, daß man sehr wohl von Parmenides ausgehend ohne Vermittlung pythagoreischer Theorien zu den Argumenten des Z. gelangen konnte. Freilich ergibt sich dann jedoch auch zwingend, daß die ‚Verteidigung' der Lehre des Parmenides durch Z. nicht eine dogmatische, sondern nur eine aporetische gewesen sein kann. Aber der Schluß, daß sie dies war, ist ohnehin unausweichlich, wenn man die Argumentation des Z. mit der Tatsache konfrontiert, daß das eine Seiende des Parmenides nach 28 B 1, 42ff. räumliche Ausdehnung besitzt; und diese Eigenschaft alles Seienden hat Z. selbst in 29 B 1 noch einmal ausdrücklich zu beweisen versucht. So macht auch N. B. Booth in einer Diskussion dieses Problems (‚Were Zeno's Arguments a Reply to Attacks on Parmenides?', Phronesis II [1957] 1ff., speziell 6ff.) darauf aufmerksam, daß die Unteilbarkeit des parmenideischen Einen sich gegenüber den Argumenten Z's schwer aufrechterhalten ließ: ‚it is difficult to see how Z. could have continued to support Parmenides' single Being if he had consciously realized the full force of his own arguments'. Daß Z. dies in gewisser Weise doch tat, kann sich Booth nur aus der unbegrenzten Fähigkeit des Menschen zur Selbsttäuschung erklären. Aber eine Selbsttäuschung solchen Ausmaßes bei einem Denker von solchem Scharfsinn, wie man sie annehmen muß, wenn die Verteidigung des Parmenides eine dogmatische war, ist kaum glaublich. Dagegen ist durchaus glaubhaft die aporetische Verteidigung: ob man das eine oder andere annimmt: es kommt in jedem Fall etwas höchst Seltsames und Widerspruchsvolles heraus. Diese Interpretation der Paradoxien des Z. wird auch durch Platon ausdrücklich bezeugt. Sie steht ferner im besten Einklang damit, daß Aristoteles in seinem ‚Sophistes' (die Zeugnisse bei W. D. Ross Aristotelis Fragmenta Selecta, Oxford 1955, p. 15, F 1) Z. als den Erfinder der Dialektik bezeichnet, was, da Z. zweifellos keine Dialoge geschrieben hat, nur bedeuten kann, daß Z. im Gegensatz zu allen früheren Philosophen nicht die Resultate seines Nachdenkens als die wahre Auslegung der Welt und des Geschehens hinstellte, sondern bewußt kontroverse Sätze aufstellte, die nach der einen wie nach der anderen Seite hin diskutiert werden konnten (vgl. dazu auch H. Boeder ‚Der Ursprung der „Dialektik" in der Theorie des „Seienden"', Studium generale XXI [1968] 185ff.). Mit dem Nachweis der Möglichkeit, daß Z., ohne durch pythagoreische Theorien oder unscharfe mathematische Beweisversuche angeregt zu sein, unmittelbar von Parmenides ausgehend zu seiner Argumentation gekommen sein kann, wird andererseits jedoch auch die Stichhaltigkeit eines großen Teiles der Einwände gegen die ‚pythagoreisch-mathematische' Interpretation der Fragmente Z.s hinfällig, die damit operieren, daß damit Z. mit gewissen Behauptungen des Parmenides in Widerspruch gerate. Das letztere ist in jedem Falle so, da Z. ja gerade die Widersprüchlichkeiten nachweisen will, in die man unvermeidlich gerät, ob man Parmenides folgt oder nicht.

Umgekehrt fällt jedoch auch die Notwendigkeit weg, Z. von pythagoreisch-mathematischen Gedankengängen abhängig sein zu lassen. Prinzipiell bleiben damit alle Möglichkeiten offen. Damit wird die Chronologie von entscheidender Bedeutung. Alles weist darauf hin, daß die Entdeckung der Inkommensurabilität nicht vor der Mitte des 5. Jhdts. gemacht worden ist (vgl. K. von Fritz ‚Die Entdeckung der Inkommensurabilität durch Hippasos von Metapont', Wege der Forschung XXXIII [1965] 271ff.). Die von H. Hasse und H. Scholz angeführten Fälle unexakten Operierens mit dem Infinitesimalen fallen in die 2. Hälfte des 5. Jhdts., während Z. nach der Angabe Platons im ‚Parmenides' (vgl. o. S. 56) seine Schrift mit den Paradoxien lange vor seinem um 450 v. Chr. erfolgten Zusammentreffen mit Sokrates verfaßt haben müßte. Man müßte also die Anfänge der unexakten Versuche der Überwindung der durch die Entdeckung der Inkommensurabilität hervorgerufenen Schwierigkeiten ganz unwahrscheinlich hoch hinaufrücken und zudem, wie vor allem von B. L. Van der Waerden (‚Zenon und die Grundlagenkrise der griechischen Mathematik', Mathematische Annalen CVXII [1940] 151ff.) hervorgehoben worden ist, annehmen, daß trotzdem die mathematischen Versuche der 2. Hälfte des 5. Jhdts. von der Kritik des ‚Schicksalsmenschen der antiken Mathematik' völlig unberührt geblieben sind. Diese Konstruktion läßt sich daher kaum aufrechterhalten.

Kehrt man also nach Verneinung der letzten der drei o. (S. 77) voneinander unterschiedenen Fragen zu den beiden ersten zurück, so läßt sich nicht leugnen, daß, wie van der Waerden a. O. 150 im einzelnen zeigt, die Formulierung Z.s in dem von Hasse und Scholz herausgehobenei Fragment sehr viel unpräziser ist als seine Neuformulierung in der von den beiden modernen Autoren gegebenen Interpretation. Nimmt man jedoch (vgl. o. S. 69ff., vor allem S. 72) die Gesamtheit seiner Argumente zusammen, so läßt sich andererseits auch kaum leugnen, daß Z. nach vielen tastenden und unvollkommenen Versuchen doch einer präzisen Formulierung eben des von Hasse und Scholz formulierten Dilemmas, daß Elementarteile von Größen, gleichgültig, ob diese Größen Strecken oder Flächen oder Körper sind, entweder eine von Null verschiedene Größe haben müssen, in welchem Falle die Summe von unendlich vielen solcher Elementarteile jede endliche Größe übersteigen muß, oder aber im strengsten Sinne Nullgrößen (Punkte = Nullstrecken, Nullflächen oder Nullkörper) sind, in welchem Falle ihre Summe immer wieder nur eine Nullgröße ergeben kann, außerordentlich nahe gekommen ist. Diese Frage läßt sich daher kaum so eindeutig verneinen, wie von den Kritikern der Ausführung von Hasse und Scholz vielfach angenommen wird.

Die zweite Frage endlich ist am schwierigsten zu beantworten. Zwar unmittelbar hat Z. zweifellos nicht die angenommene Wirkung des mathematischen Schicksalsmenschen gehabt. Auf der anderen Seite ist offenkundig, daß seit der Neubegründung der Proportionenlehre für (kommensurable und) inkommensurable Größen durch Eudoxos von Knidos (bzw. durch Euklid, Elem. V, def. 5) ein Finitismus von außergewöhnlicher Exaktheit in der antiken Mathematik Geltung erlangt hat, der wie Hasse und Scholz mit Recht hervorgehoben haben, in den berühmten ‚Exhaustions'-beweisen des Eudoxos den Begriff des ‚Grenzüberganges' streng vermeidet und nur damit operiert, daß der Fehler kleiner als jede beliebige noch so kleine Größe gemacht werden kann. Der Hinweis van der Waerdens a. O., daß Archimedes noch die Cavalierische Methode weiter gebraucht habe, ist zwar sachlich richtig. Aber nicht dies ist das mathematikgeschichtlich Bedeutsame, sonder vielmehr, daß Archimedes dies ausschließlich zu heuristischen Zwecken getan hat und daß er, wenn er auf diese Weise die Lösung eines Problems gefunden hatte, sich nicht damit begnügte, sondern dann den Beweis für seine so gefundenen Sätze nach der strengen, von Hasse und Scholz wegen der Bezeichnung der beliebig kleinen Strecke mit ε Epsilontik genannten Methode des Eudoxos geliefert hat. Dabei waren die Mathematiker der Zeit des Archimedes dem Hantieren mit dem Unendlichkleinen gegenüber so kritisch, daß Archimedes sich veranlaßt sah, als er dem Dositheos seine Schrift de quadratura parabolae übersandte, in seinem Begleitbrief (Archimedès opera ed. Heiberg II, 262) darauf hinzuweisen, daß schon andere vor ihm versucht hätten, den Kreis und andere Kegelschnitte zu quadrieren, ihre Beweise aber nicht anerkannt worden seien, weil sie von ‚nicht zuzulassenden Annahmen' (*οὐκ εὐπαραχώρητα λήμματα*) ausgegangen seien. Er selbst, fügt er dann hinzu, werde in seinen Beweisen von dem *λῆμμα* Gebrauch machen, daß ‚der Überschuß des größeren von zwei ungleichen Raumstücken über das kleinere durch fortgesetzte Addition zu sich selbst jede vorgegebene endliche Größe übertreffe. Nach Aufzählung einer Reihe von Sätzen, die mit Hilfe eines ähnlichen *λῆμμα* bewiesen worden seien, sagte er zum Schluß, es genüge ihm, wenn die von ihm zu beweisenden Sätze ebenso sicher seien, wie die auf Grund eines ähnlichen *λῆμμα* bewiesenen, an denen niemand zweifle. Das hier von Archimedes angeführte *λῆμμα* ist zwar nicht im Wortlaut identisch, aber mathematisch aequivalent mit den Definitionen und Sätzen, auf denen die ‚Epsilontik' des Eudoxos beruht, wie auch die von Archimedes angeführten Sätze alle zu den Sätzen im zwölften Buch der Elemente Euklids gehören, die nach der Überlieferung auf Eudoxos von Knidos zurückgehen (für weitere Einzelheiten vgl. K. v. Fritz Grundprobleme der Geschichte der antiken Wissensch., S. 383ff.).

Es ist also a) durch Eudoxos eine außerordentliche Verschärfung in der Behandlung des Unendlichkleinen vorgenommen worden, b) bei einigen Mathematikern der darauf folgenden Zeit sogar die Zulässigkeit dieser Benützung unendlicher Prozesse bei den sogenannten Exhaustionsbeweisen angezweifelt worden. Es gibt keinerlei Überlieferung darüber, daß der Anstoß zu dieser Entwicklung durch Z. gegeben worden wäre. Zieht man jedoch in Betracht, daß Eudoxos in der Zeit von Platons zweitem sizilischen Aufenthalt und unmittelbar davor der platonischen Akademie angehört hat und daß eben zu dieser Zeit Platons Dialog Parmenides entstanden ist, so läßt sich die Vermutung kaum abweisen, daß beides nicht unabhängig voneinander geschehen ist. Läßt sich daher die historische Rekonstruktion der Bedeutung des Z. für die Geschichte der antiken Mathematik auch in der Form, welche ihr Hasse und Scholz gegeben haben, kaum aufrechterhalten, so besteht doch eine nicht geringe Wahrscheinlichkeit dafür, daß Z. für die spätere Entwicklung von Eudoxos an bis zu einem gewissen Grade eben die Bedeutung gehabt hat, die sie ihm schon für eine viel frühere Zeit zuschreiben. So hat sich auch jedesmal, wenn die mathematische Erfassung des Infiniten eine schnelle und große Ausdehnung erfahren hat, bei der Erfindung der Infinitesimalrechnung durch Newton und Leibniz und bei der Schöpfung der Mengenlehre durch Georg Cantor, dieselbe Erscheinung wiederholt, daß sich aus einer laxen Behandlung der neuen Methoden innerhalb der Mathematik selbst Schwierigkeiten ergaben, die aus der Sache heraus zu dem Bedürfnis einer exakteren Behandlung führten, daß aber jedesmal zu gleicher Zeit das Interesse an den Paradoxien Z.s auch bei den Mathematikern wieder erwachte. Jedesmal führte dies auch zu dem Glauben, daß man mit den so erarbeiteten exakteren Methoden die Paradoxien Z.s endgültig auflösen könne, während in Wirklichkeit die (im weiteren Sinne) erkenntnistheoretische Antinomie, aus der sie hervorgegangen sind, durch die neuen Auflösungsversuche nur noch klarer geworden ist.

V. Literatur (außer der im Text zitierten). Die Literatur über Z. ist von ungeheuerlichem Umfang. Auch nur die Publikationen der letzten Jahrzehnte vollständig anzuführen, würde mehrere Spalten erfordern und zudem den Benützer ohne Orientierung lassen. Es wird daher hier auf die verhältnismäßig umfangreiche Auswahl bei M. Untersteiner (vgl. o. S. 57), p. VII—XVII verwiesen (vgl. auch die kürzere, aber andersartige Auswahl in dem Z. Artikel von Vlastos in The Encyklopedia of Philosophy VIII 379). Im übrigen sind im folgenden in drei Gruppen Werke der folgenden Art zusammengestellt: unter 1. Abschnitte in zusammenfassenden Werken über antike Philosophie, die nur die wichtigsten Tatsachen enthalten, aber Z. in den historischen Zusammenhang einordnen, unter 2. die wichtigsten Abhandlungen speziell über Z. aus den letzten Jahrzehnten, unter 3. philosophische und mathematische Werke und Abhandlungen, die sich nicht mit Z. beschäftigen, aber für die oben erörterten sachlichen Probleme von grundlegender Bedeutung sind.

1. Ed. Zeller Die Philosophie der Griechen, 6. Aufl., I 742—65. Th. Gomperz Griechische Denker, 3. Aufl., I 155—66. Ueberweg-Praechter Die Philosophie des Altertums, Berlin 1926, 87—89 und 48* (Ergänzung der Bibliographie bei W. Totok Handbuch d. Geschichte d. Philos. I: Altertum, Frankfurt a. M., 1964, 123—24). J. Burnett Early Greek Philosophy. 4. Aufl., London 1946, 310—20. W. C. K. Guthrie A History of Greek Philosophy II, Cambridge 1965, 80—100.

2. P. Tannery ‚Le concept scientifique du continu: Zénon d'Élée et Georg Cantor', Revue Philosophique XX (1885) 385ff. V. Brochard Études de philosophie ancienne et de philosophie moderne, Paris 1912, 3—22. R. Mondolfo ‚La Polemica di Zenone d'Elea contro il Movimento, und La Negazione della Realtà dello Spazio' in Zenone di Elea, Problemi del Pensiero antico, Bologna 1935, 89—155. H. D. P. Lee Zeno of Elea (Text, englische Übersetzung und Kommentar) Cambridge 1936. C. B. Boyer The concept of the Calculus. A critical and historical Discussion of the Derivative and the Integral, New York 1939, 267ff. (über die Bedeutung des Z. und der eudoxischarchimedischen Methoden für die Bestrebungen des frühen 19. Jhdts., der seit der Mitte des 17. Jhdts. entwickelten Infinitesimalrechnung eine exaktere Grundlage zu geben). M. Black ‚Achilles and the Tortoise', Analysis XI (1951) 91—101, und daran anknüpfend R. Taylor ‚Mr. Black on Temporal Paradoxes', ibid. XII (1952) 38—44. J. O. Wisdom ‚Achilles on a Physical Racecourse', ibid. 67—72. L. E. Thomas ‚Achilles and the Tortoise', ibid. 92—94, und J. M. Hinton and C. B. Martin ‚Achilles and the Tortoise', ibid. XIX (1953) 56—68. E. L. Owen ‚Zeno and the Mathematicians', Proceed. of the Aristotel. Soc. N. S. LVIII (1958) 199—222. A. Koyré ‚Remarques sur les paradoxes de Zénon', Études d'histoire de la pensée philosophique, Paris 1961, 9—31. Ferner (über Aristoteles' Kritik an Z. und die moderne Mathematik sehr instruktiv) M. Dehn ‚Raum, Zeit, Zahl bei Aristoteles vom mathematischen Standpunkt aus', Scientia LX (1936) 12—21 und 69—74. K. von Fritz, ‚Zeno of Elea in Plato's Parmenides', in Serta Turyniana, Essays presented to Alexander Turyn on his seventieth birthday, Urbana (Illinois) 1972, p. 346—358.

3. B. Russel The Principles of Mathematics, Cambridge 1903, I, 121ff. Hermann Weyl ‚Über die neue Grundlagenkrise der Mathematik', Math. Zeitschr. X (1921) 39—79. K. Menger Dimensionstheorie, Leipzig 1928, 1—55. F. Kaufmann Das Unendliche in der Mathematik und seine Ausschaltung (1. Aufl. Wien 1929, Neudruck Wiss. Buchges. 1968). P. Benacerraf ‚What Numbers could not be', The Philosoph. Review LXXXIV (1965) 47—73. C. S. Chihara ‚On the Possibility of Completing an infinite Process', ibid. 74—87. P. Lorenzen Differential und Integral. Eine konstruktive Einführung in die klass. Analysis, Frankfurt a. M. 1965. A. I. Wittenberg Vom Denken in Begriffen (Wissenschaft und Kultur XII), Stuttgart 1967 (über ‚inhaltliche' und ‚formalistische' Behandlung des Unendlichen in der modernen Mathematik). P. Beisswanger Die Anfecht-

barkeit der klassischen Mathematik. Studien über Hermann Weyl., Diss. Techn. Hochsch. Stuttgart 1965 (sehr instruktiv über das lebenslange Schwanken H. Weyls hinsichtlich der Anerkennung der Auffassung G. Cantors von der Existenz des ‚Aktualunendlichen'). G. Calogero Storia della Logica antica I (Bari 1967, 171—208).

2) Sohn des Mnaseas aus Kition auf Zypern, der Begründer der stoischen Philosophenschule.

Inhaltsübersicht:

1. Leben. Chronologie.
2. Schriften.
3. Lehren.
   A. Allgemeine Voraussetzungen und Einteilung.
   B. Erkenntnistheorie und Logik.
   C. Physik.
   D. Ethik.
4. Literatur.

1. Leben. Chronologie. Die Chronik des Hieronymus (nach Eusebios) hat unter Ol. 129, 1 = 264/63 v. Chr. die Angabe: *Zeno stoicus moritur.* Andererseits datiert der Pap. Herc. 339 (aus Philodemos περὶ τῶν φιλοσόφων) Col. IV, 9—14 = Stoic. Vet. Frag. ed. H. von Arnim I, 36 a (für die Lesung und Ergänzung des Textes vgl. jedoch W. Crönert Kolotes und Menedemos, München 1906 = Amsterdam 1965, 54, Anm. 260 sowie A. Mayer Philol. LXXI [1912] 213ff.) an einer sonst freilich stark verstümmelten Stelle den Tod des Z. unzweideutig auf das Archontat des Arrheneides. Wie J. Beloch (Klio II 437ff.) und A. Mayer (a. O. 215ff.) gezeigt haben, ist das Archontat des Arrheneides = 262/1 und die Abweichung der Chronik des Hieronymus mit großer Wahrscheinlichkeit darauf zurückzuführen, daß er den Tod des Z. richtig auf das 16. Jahr der Regierung des Antigonos Gonatas datierte, aber dessen Regierungsantritt zwei Jahre zu früh ansetzte. Damit kann das Todesdatum des Z. als mit großer Sicherheit festgestellt gelten.

Dagegen ist die Chronologie sonstiger wichtiger Ereignisse in Z.s Leben, Geburt, Ankunft in Athen, Schulgründung usw. widerspruchsvoll überliefert und auch in der modernen Literatur stark umstritten. Diog. Laert. VII, 1, 28 berichtet, wenn der Text nicht korrupt ist, Z.s Schüler Persaios habe ἐν ταῖς ἠθικαῖς σχολαῖς angegeben, Z. sei 72 Jahre alt geworden und im Alter von 22 Jahren nach Athen gekommen. Danach wäre er im J. 333/32 geboren und im J. 312/11 nach Athen gekommen. Im Widerspruch damit steht eine Stelle in einem von Diog. Laert. VII 1, 8/9 mitgeteilten Brief des Z. an Antigonos, in dem er sagt, er könne eine Einladung des Königs, zu ihm nach Pella zu kommen, nicht annehmen, da er schon 80 Jahre alt sei, sowie die Angabe des Apollonios von Tyrus (bei Diog. Laert. VII 1, 28), Z. habe 58 Jahre lang seiner Schule vorgestanden, sowie die Angabe des Diog. Laert. ibid. (wahrscheinlich auch aus Apollonios) und bei Lukian. macrob. 19, Z. sei im Alter von 98 Jahren gestorben. Außerdem erscheint in dem Pap. Herc. 339 noch eine Angabe, nach der Z. 101 Jahre alt geworden wäre (vielleicht nach Demetrios von Skepsis, der für das Archontat des Arrheneides als Todesdatum zitiert wird). Dieser Ansatz wird jedoch von Philodemos bestritten. Nun ergibt sich aus der Kombination von 98 Jahren Lebensdauer und 58 Jahren Scholarchat, daß Apollonios die Schulgründung Z.s in dessen 40. Lebensjahr datierte (das bekannte ἀκμή-Alter nach dem Kanon Apollodors). Eine weitere Angabe des Diog. Laert. (VII 1, 27) in Verbindung mit einem Zitat aus (Hekaton und) Apollonios, Z. sei im Alter von 30 Jahren nach Athen gekommen, zeigt ferner, daß hier eine Konstruktion vorliegt, die nach Jahrzehnten rechnete (vgl. auch noch Diog. Laert. VII 1, 1: Z. habe zehn Jahre lang in Athen studiert, ehe er seine Schule gründete). Die beiden Angaben über das von Z. erreichte Alter mit 98 und 101 Jahren beruhen dann aller Wahrscheinlichkeit nach ebenfalls auf Berechnungen auf Grund des feststehenden Todesdatums im Archontat des Arrheneides und der Annahme, daß Z. die Einladung nach Pella, die er wegen seines hohen Alters ablehnte, kurz nach der Thronbesteigung des Antigonos erhalten habe, wobei die zweite (Demetrios?) den Regierungsantritt des Antigonos auf das Jahr 284/83 datierte, zu welcher Zeit dieser jedoch das Königreich, auf das er Anspruch erhob, noch gar nicht im Besitz hatte, die erste (Apollonios) auf das J. 279/78, in dem Antigonos seine Herrschaft erst wirklich angetreten hat. Beide Berechnungen würden demgemäß auf der Altersangabe in dem Brief des Z. an Antigonos beruhen, bzw. einer weiteren in einem weiteren Brief Z.s, der im Pap. Herc. 339 zitiert, aber für unecht erklärt wird (vgl. A. Mayer a. O. 213ff. und 220ff.). Letzterdings stehen sich also als unmittelbare Gegebenheiten die Angaben des Z.-Schülers Persaios und die Angaben in den Briefen Z.s gegenüber, die sich auf das schärfste widersprechen. Die bei weitem überwiegende Meinung geht dahin, die Briefe Z.s für unecht zu erklären, womit alle darauf zurückgehenden antiken Berechnungen hinfällig werden, und die Angabe des Persaios zu akzeptieren. In neuester Zeit hat jedoch A. Grilli (Zenone e Antigono II, Riv. di Filol. Class. Nuova Serie XLI [1963] 287—301) die Echtheit des Briefes des Z. an Antigonos zu verteidigen und die gewaltige Diskrepanz zwischen der Altersangabe des Briefes und den daraus gezogenen Folgerungen einerseits, den Angaben des Z.-Schülers Persaios andererseits durch die Annahme zu beseitigen gesucht, die Zahlenangabe in den Hss. des Diog. Laert. sei korrupt und statt $\overline{o\beta}$ = 72 vielmehr $\overline{ϙ\beta}$ = 92 zu schreiben, wodurch der Unterschied zwischen den Angaben des Persaios und denen des Apollonios auf 6 statt 26 Jahre reduziert würde. Das so korrigierte Datum des Persaios wäre dann als auf unmittelbarer Kenntnis beruhend den auf Berechnung beruhenden Daten des Apollonios vorzuziehen und Z.s Geburt auf 353, seine Ankunft in Athen auf 331 zu datieren. Grilli sucht sein Ergebnis ferner durch den Hinweis auf eine Anekdote bei Diog. Laert. VII 1, 25 zu stützen, wo es heißt, Z. habe ἤδη προκόπτων noch Vorträge des Polemon gehört ὑπ' ἀτυφίας, welch letzteres dahin zu verstehen sei, daß Z. als der ältere bei dem jüngeren Polemon gehört habe, der zwischen 350 und 340 geboren sei. Dies wäre eine plausible, wenn auch nicht ausreichend bewiesene Vermutung, wenn es in der Anekdote nicht weiter hieße, Pole-